

The fundamental state of the electromagnetic field

L'état fondamental du champ électromagnétique

Alaya Kouki

Mail : alayakouki03@gmail.com

Abstract

In this article it is shown that constant lambda of the General Relativity have a quantum origin. Vacuum is the fundamental state of the electromagnetic field. Every point of space-time is considered as an oscillator in its fundamental state.

Résumé

Dans cet article on montré que la constante lamda de la Relativité Générale est d'origine quantique. Le vide est l'état fondamental du champ électromagnétique. Chaque point de l'espace temps est considéré come un oscillateur dans son état fondamental.

1.Introduction :

La densité d'énergie du vide selon la Relativité Générale est comme suit :

$$U_0 = \frac{\Lambda.c^4}{8\pi G} \approx 10^{-9} \text{ Joule. } m^{-3} \quad (1)$$

Avec :

$\Lambda = 1,088 \cdot 10^{-52} m^{-2}$: constante cosmologique ;

$c = 3 \cdot 10^8 m.s^{-1}$: constante de la relativité ;

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ unités SI}$: constante gravitationnelle ;

Selon la théorie quantique l'énergie d'un oscillateur est quantifiée comme suit :

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \hbar\omega \quad (2)$$

Avec :

n : entier naturel ;

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Joule. seconde}$: constante de Planck réduite ;

$\omega = 2\pi \cdot \nu$: fréquence de l'oscillateur.

L'état fondamental de l'oscillateur correspond pour $n = 0$ et dans ce cas l'énergie de l'oscillateur n'est pas nulle selon l'équation (2) ce qui contre dit la mécanique classique qui prévoit une énergie totale nulle donc une énergie du vide nulle.

La quantification de l'énergie selon Poincaré qui se veut cohérent avec les idées de Planck est que « Un système physique n'est susceptible que d'un nombre fini d'états distincts ; il saute d'un état à l'autre sans passer par une série continue d'états intermédiaires . Planck a introduit un élément

d'action h , qui correspond au plus petit volume existant de l'espace des phases. Qualitativement, ce volume correspond à un domaine de probabilité élémentaire. Les systèmes –donc les oscillateurs– correspondant à ce domaine sont indiscernables. Cette hypothèse permet d'introduire certaines limitations dans les valeurs possibles de p et q (impulsion et position) ce qui permet alors de limiter le nombre de variables indépendantes (ie le nombre de degrés de liberté du système pour éviter lorsque la longueur d'onde décroît l'expression de la densité d'énergie du corps noir dans la formule de Jeans n'explose pas pour les petites longueurs d'ondes .

La grandeur d'énergie ε correspondant à h vérifie :

$$h = \int_E^{E+\varepsilon} dqdp \quad (3)$$

L'ellipse de l'espace des phases d'équation $E = \frac{1}{2}Kq^2 + \frac{p^2}{2L}$ a pour surface $S(E) = 2\pi E \sqrt{\frac{L}{K}}$ d'où :

$$h = S(E + \varepsilon) - S(E) = 2\pi\varepsilon \sqrt{\frac{L}{K}} = 2\pi\varepsilon \cdot \frac{1}{\omega} \quad \text{et alors :}$$

$$\varepsilon = h\nu \quad (4) \gg [1]$$

La grandeur de puissance W correspondant pour cette même grandeur d'énergie ε vérifie :

$W = \int_E^{E+\varepsilon} \frac{K}{L} dqdp = \frac{K}{L} \frac{2\pi}{\omega} \varepsilon = 2\pi\omega\varepsilon$ puisque $K = L\omega^2$, ceci n'est possible (avoir la dimension d'une puissance) que s'il existe une constante α_0 ayant la dimension d'une puissance tel que :

$$\varepsilon = \alpha_0 \cdot \tau \quad (5)$$

Avec τ : un temps caractéristique de l'oscillateur.

Les deux constantes h & α_0 sont déclarées constantes universelles.

On définit la constante universelle " a " comme suit :

$$a = \frac{\alpha_0}{c^2} \quad (6)$$

La constante " a " a la dimension d'une impédance mécanique autrement dit l'espace-temps ne pourra être conçu comme complètement vide : c'est un superfluide de coefficient de frottement " a " et ayant une pression négative de façon à annuler l'effet de viscosité.

A l'état fondamental un oscillateur dans cet espace-temps absorbe une certaine quantité d'énergie et le rend à l'espace-temps d'une façon perpétuelle.

Le champ électromagnétique pourra être considéré comme un oscillateur et dans son état fondamental il remplit tous l'espace-temps. Ainsi le vide pourra être défini comme étant l'état fondamental du champ électromagnétique : tous les points de l'espace-temps sont des oscillateurs dans leurs états fondamentaux. L'énergie du vide prévu par la Relativité Générale provient en fait de cette conception du champ électromagnétique dans son état fondamental.

2.L'énergie du vide :

Avec cette conception du vide on peut penser d'utiliser la théorie du rayonnement du corps noir pour calculer la densité d'énergie du vide[2]. Le vide sera considéré comme un corps noir renfermant une infinité d'oscillateurs dans leurs états fondamentaux.

Au lieu de caractériser le vide par une énergie moyenne classique " kT " pour un seul degré de liberté, il sera caractériser par une énergie moyenne " $\frac{1}{2} h\nu_0$ " un état fondamental du champ électromagnétique où " ν_0 " est une constante universelle qui pourra être une mesure de la densité d'énergie du vide cohérente avec la valeur donnée par la Relativité Générale et avec celle du modèle du point oscillateur dans son état fondamental.

Ainsi le nombre d'oscillateurs de fréquences comprises entre ν et $\nu + d\nu$ est comme dans la théorie du corps noir :

$$N = \frac{1}{\exp\left(\frac{\frac{1}{2}h\nu}{\frac{1}{2}h\nu_0}\right)-1} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)-1} \quad (7)$$

L'énergie moyenne des oscillateurs dans cet intervalle de fréquence est :

$$E_\nu = N \cdot \frac{1}{2} h\nu = \frac{\frac{1}{2}h\nu}{\exp\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)-1} \quad (8)$$

La densité totale de l'énergie du vide est alors selon la théorie du corps noir :

$$U_{vacuo} = \int_0^\infty \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot E_\nu d\nu = \int_0^\infty \frac{4\pi h}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)-1} d\nu = \frac{4\pi^5 h}{15 \cdot c^3} \cdot \nu_0^4 \quad (9)$$

Si on égalise cette expression de la densité d'énergie du vide avec celle donnée par la Relativité Générale on obtient que :

$$\nu_0 = \left[\frac{15 \Lambda \cdot c^7}{32 \cdot \pi^6 \cdot G \cdot h} \right]^{\frac{1}{4}} \approx 0,7 \cdot 10^{12} \text{ Hz} \quad (10)$$

Ce qui prouve bien que ν_0 est une constante universelle.

On pourra bien croire que :

$$\alpha_0 = h \cdot \nu_0^2 \quad (11)$$

D'autres méthodes existent pour démontrer l'équation (11).

3. Origine de la fréquence ν_0 :

La théorie du corps noir repose sur la modélisation de celui-ci par une cavité dont les parois sont des oscillateurs qui absorbent et émettent de l'énergie en équilibre thermique avec le rayonnement électromagnétique dedans. Ces oscillateurs sont en fait les électrons liés élastiquement à leurs atomes.

Planck dans sa loi de distribution de l'énergie rayonnante ne tient pas compte de l'énergie du vide car à son époque la mécanique quantique n'est pas assez élaborer pour prévoir l'énergie au point zéro (i.e. à zéro Kelvin) d'un oscillateur qui n'est pas nulle.

La bonne loi de distribution du rayonnement du corps noir est la suivante :

$$u_\nu = \frac{8\pi h \cdot \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1} + \frac{4\pi h}{c^3} \cdot \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)-1} \quad (12)$$

De sorte si on l'intègre on aura :

$$U = \frac{8 \cdot \pi^5 \cdot k^4}{15 \cdot h^3 \cdot c^3} \cdot T^4 + \frac{4\pi^5 h}{15 \cdot c^3} \cdot \nu_0^4 \quad (13)$$

A la limite au point zéro ($T = 0K$) la densité totale d'énergie est celle du vide.

Il est évident que la constante ν_0 n'est pas du type classique. En effet si on fait une approximation pour les faibles fréquences (grandes longueurs d'ondes) pour retrouver la loi de distribution de Jeans, le second terme de (12) va contenir encore la constante de Planck et l'intégration de la loi va « exploser ».

On peut modéliser l'interaction de l'électron avec le vide comme étant un corpuscule classique se mouvant dans un fluide de coefficient de frottement "a". La vitesse de vibration maximale de l'électron sera celle du modèle de l'atome de Bohr i.e. " αc " où $\alpha = \frac{1}{137}$ est la constante de structure fine.

L'énergie cédée par l'électron au vide est :

$$\varepsilon = \int_0^{\alpha c} a v \cdot v dt = \int_0^{\alpha c} a \cdot v^2 \cdot dt \quad (14)$$

Pour tout corpuscule on a :

$$\hbar \cdot \omega = \alpha_0 \cdot \tau = a \cdot c^2 \cdot \tau = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (15)$$

A l'approximation classique ($v \ll c$) on aura :

$$dt = d\tau \approx \frac{m}{a} d\left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{m}{a} \cdot \frac{v dv}{c^2} \quad (16)$$

Et alors d'après (14) :

$$\varepsilon = \frac{1}{c^2} \left[\frac{1}{4} m \cdot v^4 \right]_0^{\alpha c} = \frac{\alpha^4}{4} \cdot m c^2 \quad (17)$$

Ici $m = 9,1 \cdot 10^{-31} Kg$ est la masse de l'électron oscillant.

L'énergie de l'électron en équilibre avec le rayonnement de l'état fondamental du champ électromagnétique est :

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right) - 1} \quad (18)$$

Pour des faibles fréquences d'oscillations (approximation classique) on aura :

$$\varepsilon \approx \frac{1}{2} \hbar \cdot \nu_0 \quad (19)$$

De (17) et (19) on tire :

$$\nu_0 = \frac{\alpha^4}{2h} \cdot m c^2 \approx 0,17 \cdot 10^{12} Hz \quad (20)$$

Cette valeur est proche de la valeur obtenue par la Relativité Générale mais pas tout à fait.

En fait l'électron est en équilibre avec le maximum de la distribution de l'énergie du vide. Ce maximum est obtenu lorsque :

$$\frac{\nu}{\nu_0} = 3 + W(-3 \cdot e^{-3}) \approx 2,8214 \quad (21)$$

Où : W : fonction de Lambert

Ainsi on aura :

$$\nu = 0,48 \cdot 10^{12} \text{ Hz} \quad (22)$$

Qui est une valeur plus proche de celle de la Relativité Générale.

Si on ne fait pas d'approximation classique dans l'équation (14) on obtient :

$$\varepsilon = \int_0^{\alpha c} a \cdot v^2 d\tau \quad \text{avec } \tau = \frac{\frac{m}{a}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \quad (23)$$

D'où :

$$\varepsilon = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1-\alpha^2}} \cdot (1 - \sqrt{1-\alpha^2})^2 \quad (24)$$

Et en approximation classique :

$$\varepsilon \approx \frac{1}{4} \cdot \alpha^4 \cdot mc^2 + \frac{1}{8} \cdot \alpha^6 \cdot mc^2 + \dots = \frac{1}{2} h \cdot \nu_0 \quad (25)$$

Avec l'équation (24) on peut déjà améliorer la valeur de ν_0 .

Remarquez que la constante "a" s'élimine dans l'intégration de (23).

3. Où tester la nouvelle loi du rayonnement du corps noir ? :

En posant $x = \frac{h\nu}{kT}$ dans (12) on aura :

$$u_x = \frac{4\pi k^3}{h^2 c^3} \cdot x^3 \cdot \left(\frac{2}{\exp(x)-1} + \frac{1}{\exp\left(\frac{xkT}{h\nu_0}\right)-1} \right) \quad (26)$$

Le maximum de (26) est obtenu lorsque $\frac{du_x}{dx} = 0$ et alors on aura quatre cas possibles :

-pour $x \ll 1$ & $\frac{xkT}{h\nu_0} \ll 1$;

-pour $x \gg 1$ & $\frac{xkT}{h\nu_0} \ll 1$;

-pour $x \ll 1$ & $\frac{xkT}{h\nu_0} \gg 1$;

-pour $x \gg 1$ & $\frac{xkT}{h\nu_0} \ll 1$;

3. Conclusion :

Avec cette modélisation du vide il est évident qu'il n'y a aucune contradiction entre la théorie de Relativité Générale et la théorie quantique : l'une complète l'autre. La constante Λ dans la Relativité Générale est d'origine quantique.

Références :

[1] Roland Abuaf & Simon Thalabard « Une approche historique de la loi du rayonnement noir » 2006

<http://www.afhalifax.ca/magazine/wp-content/sciences/AMA2009/GustavKirchhoff/BEAURESUME-tipecorpsnoir.pdf>

[2] Max Planck « A propos de la loi de distribution de l'énergie dans le spectre normal » Comptes Rendus 2 p202-237 (1900).

<https://www.equipes.lps.u-psud.fr/Montambaux/histoire-physique/planck-1900-2-fran%C3%A7ais.pdf>