Le Flot de Ricci sur un Fibré Hermitien

A.Balan

March 4, 2018

Abstract

En prenant un fibré hermitienne, un flot de Ricci est défini.

1 Le flot de Ricci

Le flot de Ricci a été défini par Hamilton en comparant avec l'équation de la chaleur [B] :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -2Ricc(g)$$

$Ricc(g)$ étant la courbure de Ricci de la métrique g.

2 Le flot de Ricci pour un fibré hermitien

On se donne un fibré hermitien (F, h_F, J_F) au-dessus d'une variété Kähler (M, g_M, ω_M). On peut choisir la connexion de Chern sur le fibré ∇^{Ch}, ce qui permet de définir la courbure [GHL]:

$$R_F(X,Y)(s) = \nabla_X^{Ch}\nabla_Y^{Ch}(s) - \nabla_Y^{Ch}\nabla_X^{Ch}(s) - \nabla_{[X,Y]}^{Ch}(s)$$

On contracte par la forme symplectique de la variété :

$$R(s) = \sum_{i,j} \omega_M(e_i, e_j) R_F(e_i, e_j)(s)$$

C'est un endomorphisme anti-hermitien du fibré. On définit alors un endomorphisme hermitien par la structure complexe du fibré J_F :

$$Ricc(F) = R \circ J_F$$

Le flot de Ricci est :

$$\frac{\partial h_F}{\partial t} = -2Ricc(F)$$

References

[B] M.Boileau, G.Besson, C.Sinestrari, G.Tian, "Ricci Flow and Geometric Applications", Springer, 2010.

[GHL] S.Gallot, D.Hulin, J.Lafontaine, "Riemannian Geometry", Springer, 2004.