Le flot de Ricci-Schrödinger

A.Balan

January 27, 2018

Abstract

En prenant une variété hermitienne, un flot de Ricci-Schrödinger est défini.

1 Le flot de Ricci

Le flot de Ricci a été défini par Hamilton en comparant avec l'équation de la chaleur :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -2Ricc(g)$$

$Ricc(g)$ étant la courbure de Ricci de la métrique g.

2 Le flot de Ricci-Schrödinger

On passe de l'équation de la chaleur à l'équation de Schrödinger avec le nombre imaginaire i. De même on définit le flot de Ricci-Schrödinger pour une variété hermitienne M :

$$i\frac{\partial h}{\partial t} = -2Ricc(h)$$

$Ricc(h)$ étant la courbure de Ricci de la métrique hermitienne h.

2.1 Première interprétation

Une première interprétation est donnée si on choisit :

$$h = g_1 + ig_2$$

avec g_1, g_2 deux métriques. Le flot s'écrit alors comme deux équations couplées :

$$\frac{\partial g_1}{\partial t} = -2Ricc(g_2)$$

et

$$\frac{\partial g_2}{\partial t} = -2Ricc(g_1)$$

2.2 Seconde interprétation

Pour la seconde interprétation, on choisit :

$$h = g + i\omega$$

avec g une métrique et ω une forme symplectique. Dès lors, on prend la courbure de Ricci $Ricc(J)(X,Y) = Ricc(g)(JX,Y)$ pour la forme symplectique :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -2Ricc(g)$$
$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -2Ricc(J)$$

References

[CFKS] H.L.Cycon, R.G.Froese, W.Kirsch, B.Simon, "Schrödinger Operators", Springer, 2008.

[F] T.Friedrich, "Dirac operators in Riemannian Geometry", Graduate Studies in Mathematics vol 25, AMS, 2000.

[GHL] S.Gallot, D.Hulin, J.Lafontaine, "Riemannian Geometry", Springer, 2004.