
Хмельник С. И.

Электромагнитная волна в заряженном конденсаторе

Аннотация

Показывается, что в заряжаемом конденсаторе распространяется электромагнитная волна, а математическое описание этой волны является решение уравнений Максвелла. Показывается, что в заряженном конденсаторе существует стационарный поток электромагнитной энергии, а та энергия, которая содержится в конденсаторе и которую принято считать электрической потенциальной энергией, является электромагнитной энергией, хранящейся в конденсаторе в виде стационарного потока.

Оглавление

1. Введение
 2. Решение уравнений Максвелла
 3. Напряженности и потоки энергии
 4. Обсуждение
- Литература

1. Введение

В [1] рассматривается электромагнитное поле конденсатора в цепи переменного тока. Здесь рассматривается электромагнитное поле в заряжаемом конденсаторе и то поле, которое продолжает существовать в заряженном конденсаторе.

Здесь также рассматриваются уравнения Максвелла в системе СГС следующего вида с отличными от единицы величинами ε , μ :

$$\operatorname{rot}(E) + \frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot}(H) - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(E) = 0, \quad (3)$$

$$\operatorname{div}(H) = 0, \quad (4)$$

где

H, E - ток, магнитная и электрическая напряженности соответственно,

ε, μ - диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость.

2. Решение системы уравнений

Как и в [1] рассмотрим решение системы уравнений Максвелла (1.1-1.4). В системе цилиндрических координат r, φ, z эти уравнения имеют вид:

$$\frac{E_r}{r} + \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = v \frac{dH_r}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = v \frac{dH_\varphi}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{E_\varphi}{r} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = v \frac{dH_z}{dt}, \quad (4)$$

$$\frac{H_r}{r} + \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = q \frac{dE_r}{dt} \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = q \frac{dE_\varphi}{dt}, \quad (7)$$

$$\frac{H_\varphi}{r} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = q \frac{dE_z}{dt} \quad (8)$$

где

$$v = -\mu/c, \quad (9)$$

$$q = \varepsilon/c, \quad (10)$$

- электрические напряженности E_r, E_φ, E_z ,
- магнитные напряженности H_r, H_φ, H_z .

Для сокращения записи в дальнейшем будем применять следующие обозначения:

$$co = \cos(\alpha\varphi + \chi z), \quad (11)$$

$$si = \sin(\alpha\varphi + \chi z), \quad (12)$$

где α, χ – некоторые константы. Представим неизвестные функции в следующем виде:

$$H_{r.} = h_r(r) \cos(\omega t) \cdot (\exp(\omega t) - 1), \quad (13)$$

$$H_{\varphi.} = h_{\varphi}(r) \sin(\omega t) \cdot (\exp(\omega t) - 1), \quad (14)$$

$$H_{z.} = h_z(r) \sin(\omega t) \cdot (\exp(\omega t) - 1), \quad (15)$$

$$E_{r.} = e_r(r) \sin(\omega t) \cdot (1 - \exp(\omega t)), \quad (16)$$

$$E_{\varphi.} = e_{\varphi}(r) \cos(\omega t) \cdot (1 - \exp(\omega t)), \quad (17)$$

$$E_{z.} = e_z(r) \cos(\omega t) \cdot (1 - \exp(\omega t)), \quad (18)$$

При этом ток смещения

$$J_z = \frac{d}{dt} E_z = -\omega \cdot e_z(r) \cos(\omega t) \cdot \exp(\omega t) \quad (19)$$

На рис. 1 показаны эти переменные, как функции времени, и их производные по времени при $\omega = -300$: H_z - сплошные линии, E_z - пунктирные линии, J_z - точечная линия. Можно убедиться, что в системе уравнений (1-8) амплитуды всех напряженностей при $t \Rightarrow \infty$ одновременно стремятся к постоянному значению, а амплитуда тока стремится к нулю. Это соответствует заряду конденсатора через постоянное сопротивление.

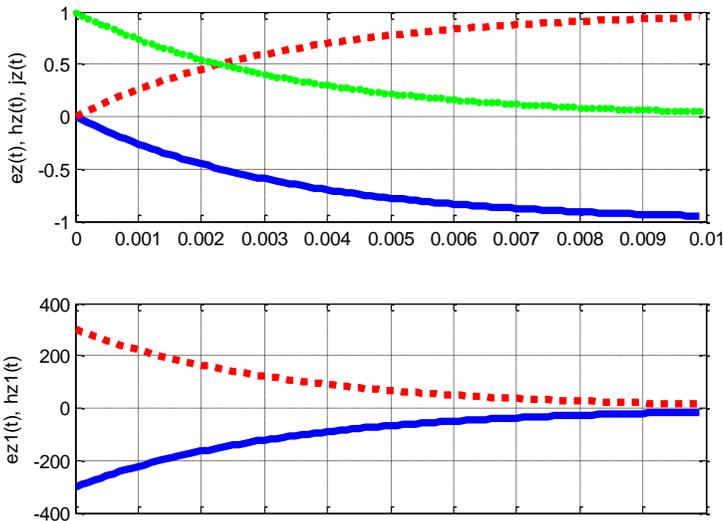


Fig.1. (SSMB6.1)

После заряда конденсатора ток прекращается. Однако, как показывается ниже, стационарный поток электромагнитной энергии сохраняется.

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что функции (13-18) преобразуют систему уравнений (1-8) с четырьмя аргументами r, φ, z, t в систему уравнений с одним аргументом r и неизвестными функциями $h(r), e(r)$. Эта система уравнений имеет вид:

$$\frac{e_r(r)}{r} + e'_r(r) - \frac{e_\varphi(r)}{r} \alpha - \chi \cdot e_z(r) = 0, \quad (21)$$

$$-\frac{1}{r} \cdot e_z(r) \alpha + e_\varphi(r) \chi - \frac{\mu\omega}{c} h_r = 0, \quad (22)$$

$$e_r(r) \chi - e'_z(r) + \frac{\mu\omega}{c} h_\varphi = 0, \quad (23)$$

$$\frac{e_\varphi(r)}{r} + e'_\varphi(r) - \frac{e_r(r)}{r} \cdot \alpha + \frac{\mu\omega}{c} h_z = 0, \quad (24)$$

$$\frac{h_r(r)}{r} + h'_r(r) + \frac{h_\varphi(r)}{r} \alpha + \chi \cdot h_z(r) = 0, \quad (25)$$

$$\frac{1}{r} \cdot h_z(r) \alpha - h_\varphi(r) \chi - \frac{\varepsilon\omega}{c} e_r = 0, \quad (26)$$

$$-h_r(r) \chi - h'_z(r) + \frac{\varepsilon\omega}{c} e_\varphi = 0, \quad (27)$$

$$\frac{h_\varphi(r)}{r} + h'_\varphi(r) + \frac{h_r(r)}{r} \cdot \alpha + \frac{\varepsilon\omega}{c} e_z(r) = 0. \quad (28)$$

Она полностью совпадает с аналогичной системой уравнений для конденсатора в цепи переменного тока [1]. Решение этой системы также полностью совпадает с полученным в [1] и имеет следующий вид:

$$e_\varphi(r) = \text{kh}(\alpha, \chi, r), \quad (30)$$

$$e_r(r) = \frac{1}{\alpha} (e_\varphi(r) + r \cdot e'_\varphi(r)), \quad (31)$$

$$e_z(r) = r \cdot e_\varphi(r) \frac{q}{\alpha}, \quad (32)$$

$$h_\varphi(r) = -\frac{\varepsilon\omega}{c} e_r(r) \frac{1}{\chi}, \quad (33)$$

$$h_r(r) = \frac{\varepsilon\omega}{c} e_\varphi(r) \frac{1}{\chi}, \quad (34)$$

$$h_z(r) \equiv 0. \quad (35)$$

где $\text{kh}()$ – функция, определенная в главе 2,

$$q = \left(\chi - \frac{\mu \varepsilon \omega^2}{c^2 \chi} \right). \quad (36)$$

Таким образом, решение уравнений Максвелла для заряжаемого конденсатора и для конденсатора в цепи синусоидального тока отличаются только тем, что в первом случае присутствуют экспоненциальные функции времени, а во втором - синусоидальные.

3. Напряженности и потоки энергии

Также, как и в [1], плотности потоков энергии по координатам определяются по формуле

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} \bar{S}_r \\ \bar{S}_\varphi \\ \bar{S}_z \end{bmatrix} = \eta \iint_{r,\varphi} \begin{bmatrix} s_r \cdot si^2 \\ s_\varphi \cdot si \cdot co \\ s_z \cdot si \cdot co \end{bmatrix} dr \cdot d\varphi. \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} s_r &= (e_\varphi h_z - e_z h_\varphi) \\ s_\varphi &= (e_z h_r - e_r h_z), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} s_z &= (e_r h_\varphi - e_\varphi h_r) \\ \eta &= c/4\pi. \end{aligned} \quad (3)$$

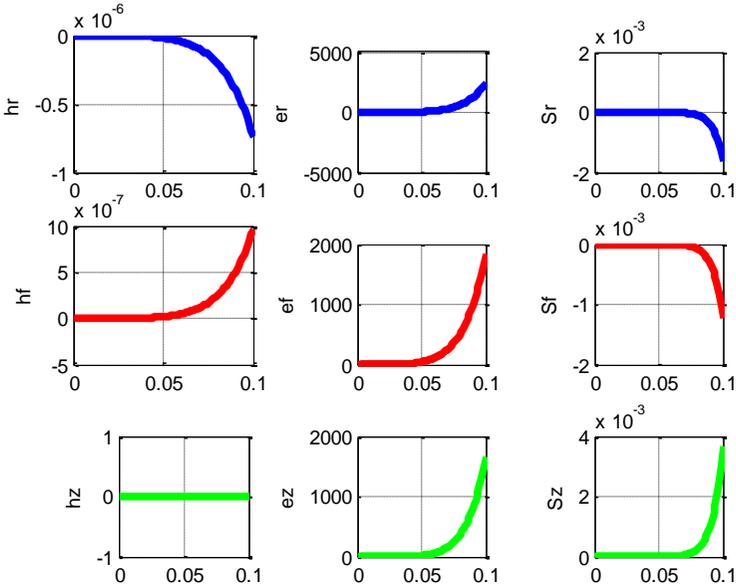


Fig.1. (SSB6(3).m)

Рассмотрим функции (2) и $e_r(r)$, $e_\varphi(r)$, $e_z(r)$, $h_r(r)$, $h_\varphi(r)$, $h_z(r)$. На рис. 2 показаны, например, графики этих функций при $A=1$, $\alpha=5.5$, $\mu=1$, $\varepsilon=2$, $\chi=50$, $\omega=300$. Условия этого примера отличаются от условий аналогичного примера в главе 2 для конденсатора в цепи переменного тока только значением параметра $\omega=-300$ (в главе 2 $\omega=300$). Видно, что эти функции отличаются только знаками.

Еще раз надо подчеркнуть, что эти функции не равны нулю в любой момент времени, т.е. после заряда конденсатора ток смещения прекращается, электрические и магнитные напряженности остаются, принимая стационарное, но отличное от нуля значение.

Остается также стационарный поток электромагнитной энергии. Существование стационарного потока не противоречит существующим физическим представлениям [2]. Существование такого потока в статической системе рассматривает Фейнман в [3]. Он приводит пример потока энергии в системе, содержащей только электрический заряд и постоянный магнит, покоящиеся рядом.

Существуют и другие эксперименты, демонстрирующие тот же эффект [4]. На рис. 2 показан электромагнит, сохраняющий силу притяжения после отключения тока. Предполагают, что такими электромагнитами пользовался Эд Леедскалнин при строительстве знаменитого Коралового замка – см. рис. 3 [4]. В таких конструкциях в момент отключения ток электромагнитная энергия имеет некоторое значение. Эта энергия может рассеяться путем излучения и тепловых потерь. Однако, если эти факторы не существенны (по крайней мере, в начальный период) электромагнитная энергия должна сохраняться. При наличии электромагнитных колебаний должен возникнуть и распространяться поток электромагнитной энергии ВНУТРИ конструкции. Прерывание этого потока может быть достигнуто разрушением конструкции. При этом в силу закона сохранения энергии должна быть совершена работа, эквивалентная той электромагнитной энергии, которая исчезает при разрушении конструкции. Это означает, что "разрушителю" нужно преодолеть некоторую силу. Именно это и демонстрируется в указанных экспериментах. В [5] рассматриваются математические модели таких конструкций, построенные на основе уравнений Максвелла. Выявляются условия, при соблюдении которых поток электромагнитной энергии сохраняется сколь угодно долго.



Рис. 2.



Рис. 3.

Итак, в конденсаторе формируется стационарный поток электромагнитной энергии. Рассмотрим подробнее структуру этого потока. Из (2.11, 2.12, 3.1) следует, что в каждой точке диэлектрика проекции потоков энергии определяются по формуле:

$$S = \begin{bmatrix} S_r \\ S_\varphi \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_r \cdot si^2 \\ s_\varphi \cdot si \cdot co \\ s_z \cdot si \cdot co \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_r \cdot \sin^2(\alpha\varphi + \chi z) \\ s_\varphi \cdot 0.5 \sin(2(\alpha\varphi + \chi z)) \\ s_z \cdot 0.5 \sin(2(\alpha\varphi + \chi z)) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

где, как следует из (2.30-2.35, 3.2),

$$\begin{aligned} s_r &= (-e_z h_\varphi) = \frac{q}{\alpha} \frac{\varepsilon\omega}{\chi c} r \cdot e_\varphi(r) \cdot e_r(r) \\ s_\varphi &= (e_z h_r) = \frac{q}{\alpha} \frac{\varepsilon\omega}{\chi c} r \cdot e_\varphi^2(r) \\ s_z &= (e_r h_\varphi - e_\varphi h_r) = -\frac{\varepsilon\omega}{\chi c} (e_r^2(r) + e_\varphi^2(r)) \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотрим, например, развертку цилиндра с данным радиусом r . На окружности этого радиуса вектор S_r направлен всегда в сторону увеличения радиуса и колеблется по величине, как $\sin^2(\alpha\varphi + \chi z)$. Суммарный вектор $(\vec{S}_\varphi + \vec{S}_z)$ наклонен к линии радиуса всегда под углом $\arctg(s_z/s_\varphi)$, а величина этого вектора колеблется как $\sin(2(\alpha\varphi + \chi z))$. На рис. 4 показано векторное поле $(\vec{S}_\varphi + \vec{S}_z)$ при $\alpha = 1.35$, $\chi = 50$. Здесь горизонталь и вертикаль соответствуют координатам φ , z

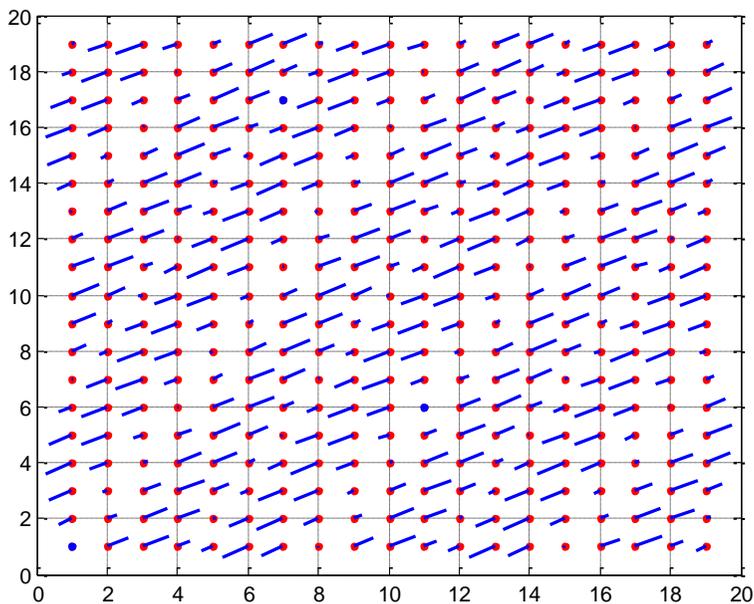


Fig.4. (SSMB.88)

6. Обсуждение

Показано, что в заряжаемом конденсаторе распространяется электромагнитная волна, а математическое описание этой волны является решение уравнений Максвелла. При этом в теле диэлектрика (т.е. там, где существует напряженность e_z) существуют электрические и магнитные напряженности. Существуют также

- круговой поток энергии S_φ , меняющий знак,
- вертикальный поток энергии S_z , меняющий знак.
- радиальный поток энергии S_r , всегда направленный от центра; это означает, что заряженный конденсатор излучает через боковую поверхность.

Поток энергии продолжает существовать и в заряженном конденсаторе как стационарный поток электромагнитной энергии. Именно в этом потоке циркулирует электромагнитная энергия, запасенная в конденсаторе. Следовательно, та энергия, которая содержится в конденсаторе и которую принято считать электрической потенциальной энергией, является электромагнитной энергией, хранящейся в конденсаторе в виде стационарного потока.

Литература

1. Хмельник С.И. Электромагнитная волна в диэлектрической и магнитной цепи, viXra Funding, <http://vixra.org/abs/1603.0019>
2. Розанов Н.Н. Специальные разделы математической физики. Часть 3. Электромагнитные волны в вакууме. ИТМО. Санкт-Петербург, 2005.
3. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика. Москва, изд. "Мир", 1966.
4. Leedskalnin "Perpetual Motion Holder" (PMH) Bond Effect [http://peswiki.com/index.php/Directory:Leedskalnin %22Perpetual Motion Holder%22 \(PMH\) Bond Effect](http://peswiki.com/index.php/Directory:Leedskalnin_%22Perpetual%20Motion%20Holder%22_(PMH)_Bond_Effect)
5. Хмельник С.И. К теории хранителя вечного движения, Доклады независимых авторов, ISSN 2225-6717, <http://dna.izdatelstwo.com/>, №23, ID 13514159, 2013; а также viXra Funding, <http://vixra.org/abs/1404.0086>