

Serie di Fibonacci, rapporto aureo e ovaloidi a sezione aurea: connessioni con la Teoria delle Stringhe.

Christian Lange¹ e Michele Nardelli^{2,3}

¹Dipartimento di Ingegneria (Ing. Meccanica) – Università degli Studi di Kassel
34109 Kassel (Germany)

²Dipartimento di Scienze della Terra – Università degli Studi Federico II
Napoli, Largo S. Marcellino, 10, 80138 Napoli (Italy)

³Dipartimento di Matematica ed Applicazioni “R. Caccioppoli”
Università degli Studi di Napoli “Federico II” – Polo delle Scienze e delle Tecnologie
Monte S. Angelo, Via Cintia (Fuorigrotta), 80126 Napoli (Italy)

Riassunto

Scopo del presente lavoro è quello di evidenziare le connessioni ottenute tra la Serie di Fibonacci, il Rapporto Aureo e gli Ovaloidi a Sezione Aurea, con la Teoria delle Stringhe. Nei primi due capitoli vengono trattati (1) l'Angolo Aureo e (2) la Serie di Fibonacci e l'ovaloido (uovo) a sezione aurea. I successivi capitoli descrivono la teoria matematica delle trasformazioni funzionali e quella degli ovaloidi, ad essa connessa, dal punto di vista della Teoria delle Funzioni di Variabile Complessa, a cui seguiranno alcuni interessanti aspetti matematici della Teoria delle Stringhe connessi sia agli ovaloidi, sia al rapporto aureo ed alla sezione aurea.

Infine, verrà esposta una teoria unitaria della materia e dell'Universo dello studioso e teorico M. Giannone, nelle cui equazioni è insito la sezione aurea, il rapporto aureo e la costante del sistema musicale in sezione aurea.

Tale lavoro coinvolge le attualissime ricerche “di frontiera” che si stanno attuando in questo periodo nell'ambito di quello che viene chiamato il **Programma Langlands**.

È possibile che siamo molto vicini ad una “terza rivoluzione delle superstringhe” e questo grazie alle connessioni che si stanno trovando tra Teoria dei Numeri e Teoria delle Stringhe. Alcune di queste riguardano la connessione tra la Funzione zeta di Riemann, i Numeri primi, ed i numeri della serie di Fibonacci, con alcuni settori interessantissimi inerenti la cosmologia di stringa, cioè l'aspetto della Teoria delle stringhe che studia l'interazione tra queste rispetto all'origine e all'evoluzione del nostro Universo, considerato una “membrana”, una “brana”, in termine tecnico, quadridimensionale che giace in un multiverso costituito da un “bulk” (volume) multidimensionale. Ed è proprio in tale contesto che entrano in gioco i numeri primi ed il rapporto e la sezione aurea, quindi la funzione zeta di Riemann, ed i numeri della serie di Fibonacci.

Il lavoro che qui di seguito andremo a descrivere, sarà un ulteriore passo in avanti nella ricerca di connessioni tra settori della Teoria dei Numeri (in questo caso il rapporto aureo, la sezione aurea ed i numeri di Fibonacci) e la Teoria delle Stringhe, l'attuale candidata a Teoria del Tutto.

1. L'Angolo aureo [1]

Osservando con accuratezza la Natura, si nota una armonia onnipresente. Anche in musica si parla armonia. Ci sono delle frequenze ed intervalli che sono piacevoli all'orecchio e quelli che non lo sono.

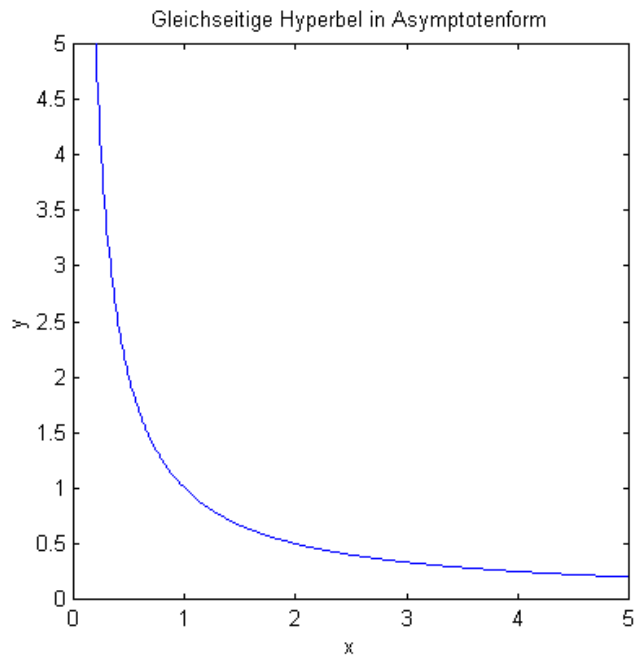
Viktor Schauberger, impiegato forestale austriaco ha intuito delle leggi naturali osservando un elemento essenziale naturale: L'acqua. Suo figlio, Walter Schauberger, ha sviluppato la teoria del cono iperbolico partendo da leggi acustiche (come Pitagora e Kepler).

La legge matematica della funzione iperbolica $Y=1/X$ ovvero $X*Y=1$ è identica al rapporto fra frequenze e lunghezza di una corda di uno strumento musicale. Infatti, ad esempio, se si dimezza la lunghezza di una determinata corda, raddoppiamo la frequenza del suono che essa emette. La funzione iperbolica rappresenta una legge naturale universale. Con la lunghezza della corda l e la frequenza f otteniamo la cosiddetta legge acustica nella sua forma più generale:

$$l \cdot f = 1 \quad (1.1)$$

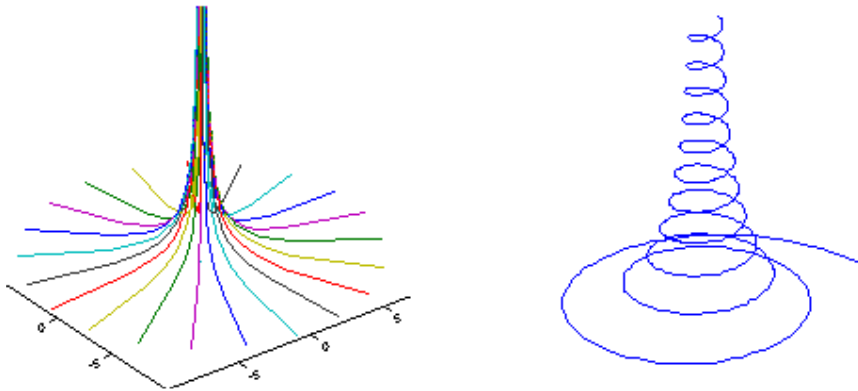
l	f
1	1
$\frac{1}{2}$	2
$\frac{1}{3}$	3
·	·
·	·
·	·
$\frac{1}{n}$	n

La rappresentazione grafica della funzione iperbolica è la seguente:

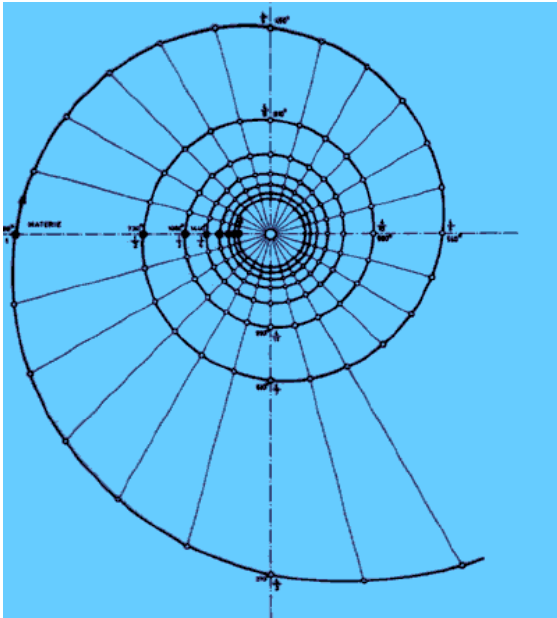


Facendo ruotare la curva iperbolica intorno all'asse Y, si ottiene una figura tridimensionale: Il cono iperbolico (rappr. a sinistra). In una rappresentazione con coordinate polari, si ottiene una spirale tridimensionale, che gira intorno al cono iperbolico (rappr. a destra).

È interessante notare come tale figura possa benissimo essere correlata ad un modo di vibrazione di una stringa aperta e come, quindi, già a questo livello sia possibile notare una connessione “geometrica” tra rapporto aureo, (correlato al cono iperbolico come vedremo in seguito) quindi i numeri di Fibonacci, e la Teoria delle Stringhe. (Nardelli, 2007)



Vedendo la spirale iperbolica tridimensionale dall'alto, si ottiene la rappresentazione bidimensionale della spirale.



Applicando dei piani di taglio sul cono iperbolico ad un'altezza Z_0 e sotto un angolo α , si ottengono, a seconda dei parametri, diverse curve ovoidali.

2. Serie di Fibonacci e curve ovoidali a sezione aurea [1]

Leonardo Pisano, detto Fibonacci (1175/1240) fece parte della cerchia dei dotti che gravitava attorno alla corte di Federico II di Svevia. Egli introdusse in Europa i numeri e la matematica araba. Nella successione da lui inventata e che porta il suo nome, ogni termine si ottiene dalla somma dei due precedenti. I primi elementi sono pertanto:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144.....

A partire da tale successione, se ne forma una di tipo frazionario, dalla quale emergono i seguenti rapporti:

1/1; 2/1; 3/2; 5/3; 8/5; 13/8; 21/13; 34/21; 55/34; 89/55; 144/89 ecc....,

i cui valori decimali approssimati (!) sono:

1; 2; 1,5; 1,666; 1,6; 1,625; 1,615; 1,619; 1,617; 1,6181; 1,6180 ecc....,

avvicinandosi progressivamente al rapporto matematico espresso con la lettera greca Phi che è 1,6180339....

Il numero aureo o d'oro Φ (Phi) della sezione aurea è l'unico numero esistente per cui valgono le seguenti condizioni:

$$0,618 = 1/1,618 = 1,618-1$$

$$1,618^2 = 2,618 = 1,618+1$$

Quindi, sottraendo il numero 1 da 1,618 si ottiene il suo valore per inverso, aggiungendo il numero 1 ad 1,618, si ottiene il suo quadrato. Inoltre il numero aureo Φ è rappresentabile, come tutti numeri irrazionali, da una frazione a catena. La frazione a catena del numero aureo si basa esclusivamente fino all'infinito sul numero 1:

$$\Phi = 1,618034\dots = \frac{\sqrt{5+1}}{2} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}} = \Phi = \dots\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}} \quad (2.1)$$

Adesso, osserviamo i periodi di rivoluzione dei pianeti attorno al Sole espressi in anni terrestri nella Tabella 1:

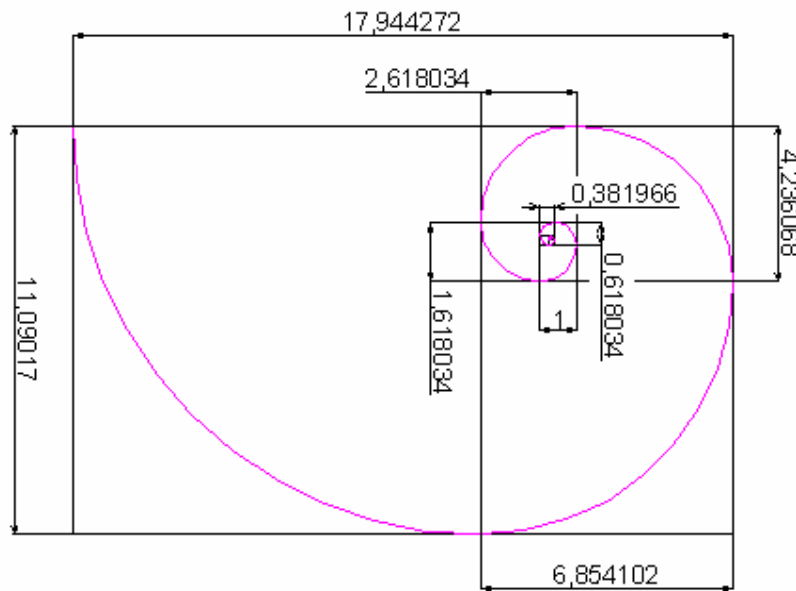
Pianeta	Esponente di Phi	Periodo in anni	Inverso Periodo in anni
Mercurio siderale	-3	0,236068	4,236068
Mercurio sinodico	-2	0,381966	2,618034
Venere siderale	-1	0,618034	1,618034
Terra	0	1,000000	1,000000
Marte siderale	1	1,618034	0,618034
Marte sinodico	2	2,618034	0,381966
Asteroidi siderale	3	4,236068	0,236068
Asteroidi sinodico	4	6,854102	0,145898
Giove siderale	5	11,09017	0,090170
Giove sinodico	6	17,94427	0,055728
Saturno siderale	7	29,03444	0,034442
Saturno sinodico	8	46,97871	0,021286
Urano siderale	9	76,01316	0,013156
Urano sinodico	10	122,9918	0,008131
Nettuno siderale	11	199,0050	0,005025

Tabella 1 (John N. Harris, www.spirasolaris.ca/sbb4c.html)

La rivoluzione siderale è il tempo che impiega l'oggetto per compiere un'intera orbita intorno al Sole, ovvero il tempo impiegato per ritornare allo stesso punto rispetto stelle fisse. Per la Terra, ad esempio, è di 365 giorni. Questo è considerato il vero periodo di rivoluzione di un oggetto. La rivoluzione sinodica è il tempo che impiega un oggetto per ritornare nella stessa posizione nel cielo, rispetto al Sole e osservato dalla Terra. La rivoluzione sinodica differisce dalla rivoluzione siderale perché la Terra stessa gira intorno al Sole.

I tempi di rivoluzione in anni dei vari pianeti sono le varie potenze di Phi, cioè $\Phi^2=1,618... * 1.618... = 2.618...; \Phi^3= 2.618... * 1.618... = 4.236...ecc.$ o al contrario $1.618.../1.618... = 1.0; 1.0/1.618... = 0.618...; 0.618.../1.618... = 0.3819...ecc.$

Il Nautilus, ovvero la spirale a sezione aurea, è costituito da una serie di rettangoli a sezione aurea annidati uno dentro l'altro in maniera frattalica: se all'interno di un rettangolo aureo si disegna un quadrato con lato uguale al lato minore del rettangolo, il rettangolo differenza sarà anch'esso un rettangolo aureo. Si ripeta l'operazione per almeno cinque volte al fine di avere un effetto visivo adeguato. Si punta la punta del compasso sul vertice del quadrato che giace sul lato lungo del rettangolo e si traccia l'arco che unisce gli estremi dei due lati che formano l'angolo scelto. Si ripeta l'operazione per ogni quadrato disegnato in modo da creare una linea continua. A questo punto si usano le potenze di Phi per disegnare il Nautilus. Sono degni di nota i lavori di Dan Winter che ha creato una spirale 3D con questo principio sostituendo i quadrati con dei cubi. Collocandola all'interno di un tetraedro e proiettando delle ombre muovendo tale spirale, si ottengono le lettere dell'alfabeto ebraico. A tale proposito, è possibile menzionare la Cimatca del Dr. Jenny, il quale notò che quando venivano pronunciate le vocali delle antiche lingue ebraica e sanscrita, la sabbia delle figure di Chladni assumeva la forma dei simboli grafici delle vocali stesse. Poi, ripetendo l'esperimento con una lastra vibrante coperta di liquido, inclinandola, il liquido non subì la forza di gravità né scivolò via dalla lastra vibrante, bensì rimase su di essa e formò delle nuove forme come nulla fosse. Secondo Jenny questo è un esempio di effetto antigravitazionale creato dalle vibrazioni.



Il numero Phi ha carattere frattale in quanto si genera da se stesso. Come abbiamo visto, il numero Phi diventa sempre esatto per divisione di numeri di Fibonacci crescenti. Moltiplicando le potenze di Phi (che corrispondono ai tempi di rivoluzione dei pianeti) con i numeri della serie di Fibonacci, si ottengono nuovamente i numeri di Fibonacci che, divisi fra di loro, portano nuovamente a Phi. E'

da notare che le potenze di Phi con esponenti alti assumono valori di numeri interi come se tendessero ad organizzarsi da sole verso la completezza.

Esponente	Potenza di Phi	*13 (Fibonacci)	*21 (Fibonacci)	*34 (Fibonacci)	*55 (Fibonacci)	*89 (Fibonacci)
0	1,0000	13,0000	21,0000	34,0000	55,0000	89,0000
1	1,6180	21,0344	33,9787	55,0132	88,9919	144,0050
2	2,6180	34,0344	54,9787	89,0132	143,9919	233,0050
3	4,2361	55,0689	88,9574	144,0263	232,9837	377,0100
4	6,8541	89,1033	143,9361	233,0395	376,9756	610,0151
5	11,0902	144,1722	232,8936	377,0658	609,9593	987,0251
6	17,9443	233,2755	376,8297	610,1052	986,9350	1597,0402
7	29,0344	377,4477	609,7233	987,1710	1596,8943	2584,0653
8	46,9787	610,7233	986,5530	1597,2763	2583,8293	4181,1055
9	76,0132	988,1710	1596,2763	2584,4473	4180,7236	6765,1708
10	122,9919	1598,8943	2582,8293	4181,7236	6764,5528	10946,2764
11	199,0050	2587,0653	4179,1055	6766,1708	10945,2764	17711,4472
12	321,9969	4185,9596	6761,9348	10947,8944	17709,8292	28657,7236
13	521,0019	6773,0250	10941,0403	17714,0653	28655,1056	46369,1708
14	842,9988	10958,9846	17702,9751	28661,9597	46364,9348	75026,8944
15	1364,0007	17732,0095	28644,0154	46376,0249	75020,0403	121396,0652
16	2206,9995	28690,9941	46346,9905	75037,9846	121384,9751	196422,9597
17	3571,0003	46423,0036	74991,0059	121414,0095	196405,0154	317819,0249
18	5777,9998	75113,9978	121337,9964	196451,9941	317789,9905	514241,9846
19	9349,0001	121537,0014	196329,0022	317866,0036	514195,0059	832061,0095
20	15126,9999	196650,9991	317666,9986	514317,9978	831984,9964	1346302,9941
21	24476,0000	318188,0005	513996,0009	832184,0014	1346180,0022	2178364,0036

Le Potenze di Phi moltiplicate per i numeri di Fibonacci (qui da 13 a 89) si approssimano nuovamente ai numeri di Fibonacci. Più grandi sono i numeri di Fibonacci, moltiplicati per le potenze di Phi, più precisamente otteniamo nuovamente i numeri di Fibonacci, così come nel caso dei numeri di Fibonacci stessi che si approssimano sempre di più al valore esatto di Phi quando diventano sempre più grandi.

Il filosofo greco Pitagora di Samos, 2500 anni fa, parlava di una musica delle stelle o delle sfere. I lavori dell'astronomo Keplero mettono in relazione il movimento dei pianeti con le note musicali. Effettivamente, il tempo di rivoluzione attorno al Sole di ogni pianeta corrisponde ad una frequenza, ad un suono, mentre la sua distanza media corrisponde alla lunghezza di una corda. Non possiamo udire questi suoni perché hanno delle frequenze molte basse, non percepibili dal nostro orecchio. Quando parliamo di musica, o della legge acustica, in generale possiamo affermare, come già accennato nel precedente capitolo, che dimezzando la lunghezza di una determinata corda, raddoppiamo la frequenza del suono che essa emette. Con un terzo di lunghezza della corda otteniamo una frequenza tre volte superiore rispetto a quella originale, ecc... Con la lunghezza della corda L e la frequenza F otteniamo la cosiddetta legge acustica nella sua forma generale, già evidenziata precedentemente:

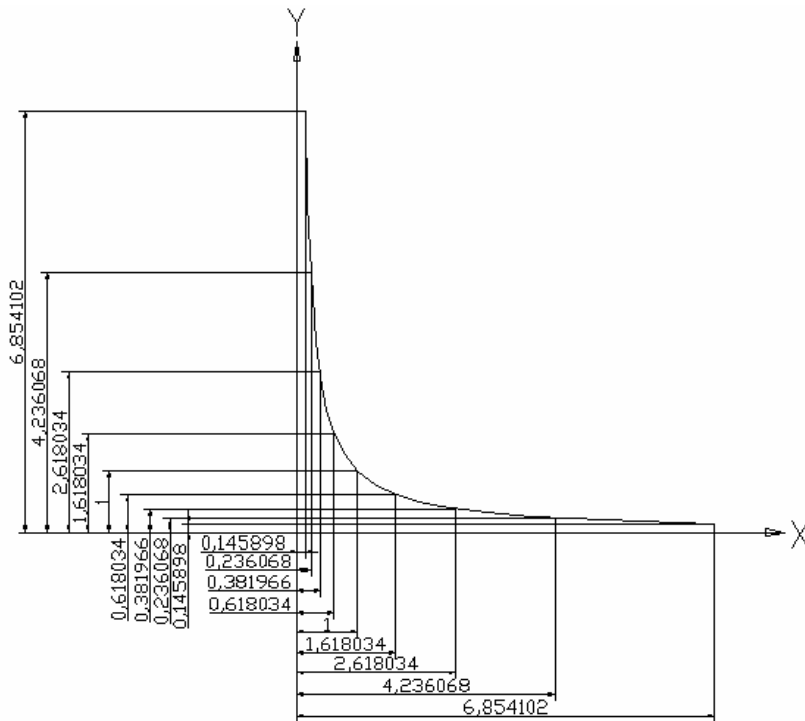
$$L * F = 1 \quad (2.2)$$

L	F
1	1
1/2	2
1/3	3
...	...
1/n	N

Matematicamente otteniamo la funzione iperbolica $F = 1 / L$. La frequenza è l'inverso della lunghezza della corda e viceversa. La legge acustica esprime il principio ermetico: come sopra, così sotto; come nel piccolo, così nel grande.

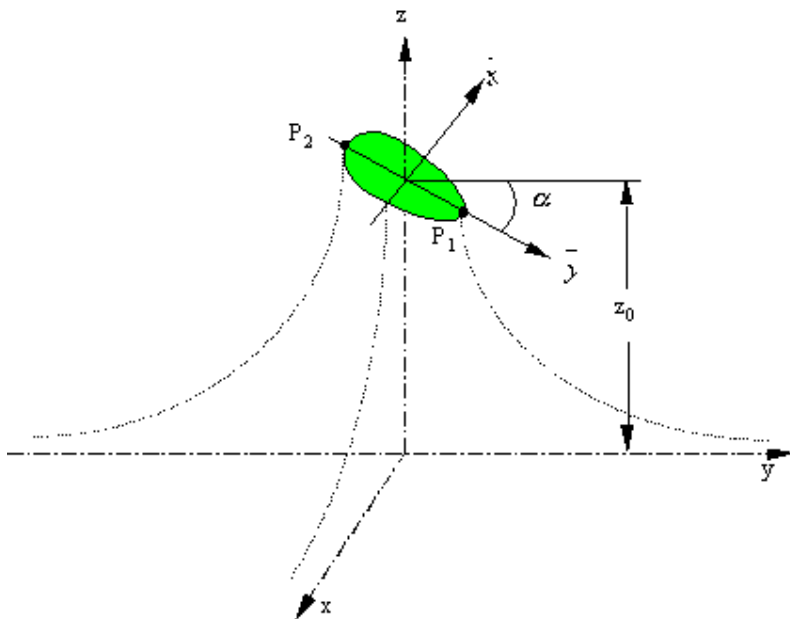
Osservando la Tabella 1, nella colonna a destra vi sono i valori inversi delle potenze di Phi che corrispondono ai tempi di rivoluzione dei pianeti in anni. Matematicamente si parla della funzione iperbolica $Y = f(x) = 1/X$. Come si può notare, invertendo i valori di rotazione, si ottengono nuovamente i medesimi valori per cui i tempi di rivoluzione, ovvero le potenze di Phi, hanno un comportamento iperbolico.

Graficamente si ottiene la funzione iperbolica, nel caso nostro ricavata con le potenze di Phi.



A questo punto è possibile sviluppare un sistema musicale contenente la nota mancante che è in armonia con il movimento dei pianeti (e quindi Phi) usando la funzione logaritmica e la terza legge di Keplero.

Quando si fa ruotare la curva della funzione iperbolica attorno all'asse Y (verticale), si ottiene il cono iperbolico, cioè la legge acustica tridimensionale. Tagliando questo cono iperbolico con dei piani inclinati, si ottengono graficamente delle uova: più si taglia in alto, più piccole sono, più inclinato è il taglio, più lunghe diventano e viceversa.



www.pks.or.at © Rennert/Harthun

L'astronomo Giovanni Keplero, nella sua opera *Astronomia nova seu de motus stellae Martis* del 1609, oltre a descrivere la terza legge del movimento dei pianeti scrive: "La traiettoria della stella muovente non è un cerchio, ma ha una forma ovoidale" e "Si è dimostrato che la traiettoria è infatti ovoidale e non ellittica." Per semplificare i suoi calcoli, ottenendo una approssimazione accettabile, Keplero ha utilizzato le formule dell'ellisse. Per questa semplificazione utilizzata da Keplero, fino ad oggi, in tutti libri si legge erroneamente che la traiettoria di un pianeta intorno al Sole, sarebbe di forma ellittica, mentre Keplero parlava sempre di curve ovoidali. Il potenziale gravitazionale del Sole, o di qualsiasi corpo celeste, è iperbolico. Si ottengono geometrie ovoidali (e non ellittiche) tagliando il cono iperbolico con dei piani inclinati. Un uovo ha solo un fulcro (nel quale vi è il Sole) rispetto all'ellisse che ne ha due (il sistema solare può avere solo un centro). La differenza della forma di un uovo rispetto a quella di un ellisse di pari lunghezza è minima, ma nonostante ciò ha un grande valore filosofico e geometrico. Il Torkado è asimmetrico e non simmetrico come l'ellisse. Il fisico Norbert Harthun sostiene che le traiettorie dei pianeti corrispondono a delle strutture particolari dello spazio dove grazie a 'onde stazionarie' dovute a fenomeni di risonanza si verifica una situazione di particolare stabilità che cattura i pianeti. Harthun parte dal presupposto che il Sole emette un campo energetico ondulatorio. Keplero parlava di una forza magnetica emessa dal Sole, intendendo la stessa cosa.

Per il calcolo dei singoli punti di questa curva ovoidale utilizziamo la formula parametrica con le coordinate polari dei Prof. Norbert Harthun e Prof. Ines Rennert :

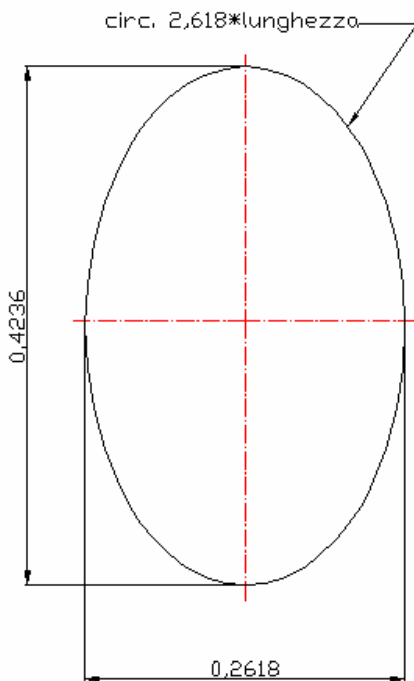
$$r = \frac{1}{2 \cos \varphi \sin \alpha} \left[z_0 \pm \sqrt{z_0^2 - \frac{4 \cos \varphi \sin \alpha}{\sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha}}} \right] \quad (2.3)$$

Nel 2002, parlando a proposito dei tagli al cono iperbolico per ottenere graficamente delle uova, Lange venne a conoscenza che l'aura (campo bioenergetico) di una persona umana ha la forma di un uovo a sezione aurea. Lavorò ininterrottamente finchè non trovò l'angolazione e l'altezza Z_0 tali da ottenere un uovo con proporzioni auree, quindi con una lunghezza 1,618034.. volte la sua larghezza. Lange fece innumerevoli tentativi fino a quando la proporzione convergeva verso quella aurea.

Egli avrebbe potuto calcolare almeno uno dei due parametri, l'angolo di taglio, in quanto è facilmente calcolabile con metodi trigonometrici. Prendiamo l'inverso del coseno (arccos) di phi:

$\arccos(0.6180339887...) = 51,82729...^\circ$ L'altezza di taglio che si ottiene per iterazione Z_0 è di 7,645 (in alternativa $\arcsin(0.6180339887) = 38,1727...^\circ$). L'altezza di taglio che si ottiene per iterazione Z_0 è di 9,442; notiamo, inoltre, che $90^\circ - 38,1727...^\circ = 51,82729...^\circ$

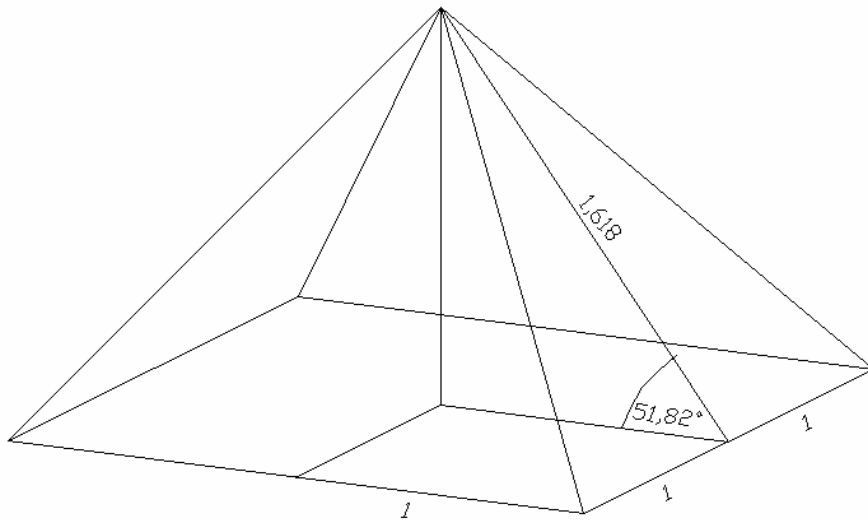
Nella figura qui di seguito, viene mostrato l'uovo a sezione aurea calcolata con le coordinate polari r dalla formula di Rennert/Harthun:



È interessante evidenziare che la forma ovale, quindi chiusa, è tipica delle stringhe chiuse delle teorie di tipo IIA, IIB ed eterotiche. Quindi, anche in questo caso è possibile notare una corrispondenza “geometrica” tra l’uovo a sezione aurea e la Teoria delle Stringhe. (Nardelli, 2007)

E’ interessante osservare come la cellula umana sana ha esattamente la forma dell’uovo con la sezione aurea, mentre le cellule cancerogene sono semplicemente rotonde. Infatti Schauberger affermava che il cerchio e la linea sono estremi che la natura non utilizza. La forma ovoidale della cellula umana sana fa pensare che grazie a questa particolare forma sia in grado di concentrare delle energie cosmiche (l’onda sinusoidale) al suo interno, necessarie per mantenersi in buona salute.

Un altro indizio sulla peculiarità dell’angolo aureo giunge osservando le proporzioni della piramide di Cheope: se si divide metà perimetro della base quadrata per il numero di PI greco, si ottiene l’altezza della piramide.



I 4 lati triangolari di questa piramide hanno una angolazione di esattamente $51,82^\circ$ rispetto alla base. Se si misura la distanza fra il vertice della piramide e il centro di un lato della base quadrata, si nota che questa distanza è esattamente 1,618034... volte la distanza fra il centro della piramide e il centro di un lato. Quindi la geometria della piramide di Cheope si basa – oltre che su Pi greco – sostanzialmente sul numero d’oro, ottenendo lo stesso angolo sul quale si deve tagliare il cono iperbolico per ottenere un uovo con le proporzioni auree. Visto che insieme alla sezione aurea compare sempre l’angolo di $51,82^\circ$, sarebbe opportuno chiamarlo angolo aureo. L’uovo a sezione aurea è il corrispondente Non-Euclideo della piramide che è Euclidea.

La circonferenza dell'uovo a sezione aurea è pari a 2,618 ($=1,618 \cdot 1,618 = 1,618^2$) volte la lunghezza dell'asse maggiore dell'uovo, ovvero 4,236 ($=1,618 \cdot 1,618 \cdot 1,618 = 1,618^3$) volte la lunghezza dell'asse minore. Mentre la circonferenza di un cerchio si calcola moltiplicando il diametro con Pi greco ($\approx 3,14$), per ottenere la circonferenza dell'uovo si moltiplica la sua lunghezza con 2,618 che, in analogia con il Pi greco, potrebbe essere chiamato Phi greco. Quindi, anche la circonferenza dell'uovo è in rapporto aureo con il medesimo. Inoltre vediamo che la superficie esterna dell'uovo è pari a 0,618 unità, mentre la sua lunghezza è di 0,4236 e la larghezza di 0,2618 unità. Per cui le proporzioni dell'uovo a sezione aurea corrispondono alla tabella 1 che contiene i tempi di rivoluzione dei pianeti del nostro sistema solare.

Quindi superficie, circonferenza, lunghezza e larghezza dell'uovo in oggetto corrispondono ai valori nella tabella 1 per cui queste grandezze possono essere moltiplicate e sommate generando nuovamente i medesimi valori, per cui si tratta di un sistema frattale auto-somigliante e auto-organizzante con effetti di auto-amplificazione (principio della creazione continua) in tutte le 3 dimensioni.

Fibonacci aveva validi motivi per introdurre in Europa il sistema decimale dall'oriente. Ci è ottimale perché abbiamo 10 dita e solo nel sistema decimale si può verificare il numero Phi. Si nota che le cifre decimali si ripetono anche dopo la virgola, anche se spostata di qualche decimale avanti o indietro. La larghezza dell'uovo con 0,4236 unità corrisponde a ϕ^3 (4,236) diviso 10 mentre la larghezza di 0,2618 corrisponde a ϕ^2 (2,618) diviso 10. Queste sono unità assolute (e non solo proporzioni) che hanno le stesse cifre dei rapporti della sezione aurea! Qui si sta verificando un altro "miracolo" numerico. La superficie esterna di questo uovo è di 0,618 ($=1/\text{Phi}$) unità assolute, non solo come rapporto. Secondo Dan Winter la sezione aurea è l'unico modo per moltiplicare e sommare (e quindi amplificare) l'onda sinusoidale dell'energia eterica onnipresente. Osservando la tabella 1 di sopra adesso sappiamo perché i sistemi naturali si basano su questo rapporto, in quanto hanno bisogno di ricevere energia e Phi sembra garantire il massimo assorbimento.

Quindi le proporzioni dell'uovo a sezione aurea corrispondono esattamente ai numeri sul quale è costruito il nostro Sistema Solare (potenze di Phi). Non solo, tagliando all'altezza e con l'angolazione indicata, la lunghezza e la larghezza dell'uovo sono (!) numericamente due delle potenze di Phi diviso 10. Questo è un frattale nel quale il grande si ripete nel piccolo usando il fattore 10 che sta per il sistema decimale nel quale si manifesta la sezione aurea.

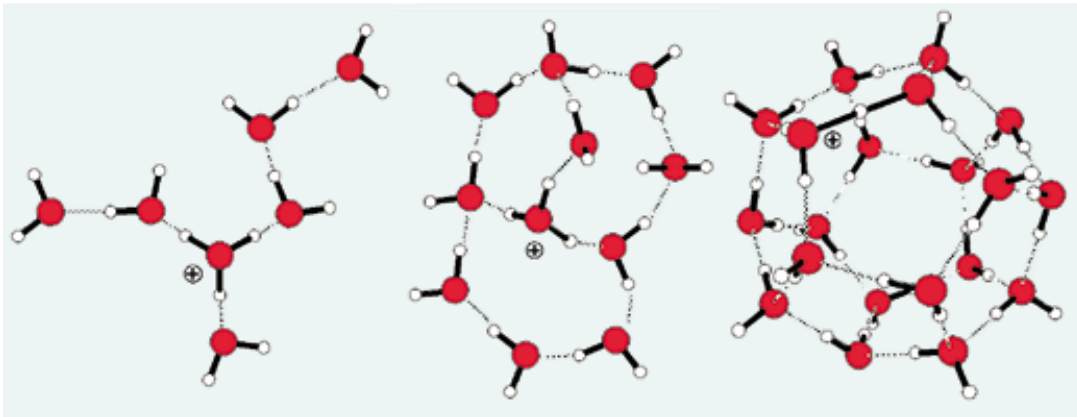
Infine, un'altra interessante nozione potrebbe venire fuori dalla geometria della molecola d'acqua. La molecola d'acqua è formata da un atomo di ossigeno e due atomi di idrogeno che formano insieme all'atomo di ossigeno centrale la forma di una V. L'angolo fra i due atomi di idrogeno è di ca. 104° , quindi l'angolazione sotto quale si trova l'atomo d'idrogeno rispetto all'asse di simmetria della molecola è di ca. 52° . Questo valore è molto vicino al valore dell'angolo aureo di $51,845^\circ$. Quindi c'è una correlazione fra cono iperbolico, sezione aurea e molecola d'acqua.

Il fisico e ingegnere Peter Gross ha sviluppato un così detto Attivatore d'acqua GIE che rigenera l'acqua che lo attraversa privandola della sua vecchia memoria caricando successivamente decine di migliaia di informazioni naturali con una fortissima concentrazione di energia vitale. Per rimanere nell'argomento dell'implosione è senz'altro degno di nota che l'acqua che fuoriesce dall'attivatore d'acqua GIE raggiunge una velocità di ca. 4 m/s mentre l'acqua che passa all'interno di un tubo di rame

dello stesso diametro (mezzo pollice) alla stessa pressione di 6 bar raggiunge una velocità di solo ca. 2 m/s. La velocità è stata raddoppiata a causa degli effetti implosivi che si verificano al suo interno abbassando la resistenza idrodinamica che subisce l'acqua come succedeva anche nei tubi di rame a forma di corno dell'antilope Kudu di Schauberger. Di seguito parleremo degli effetti che ha l'acqua attivata su organismi viventi e senz'altro possiamo capire cosa intendeva Schauberger dicendo che felicità, salute e energia sono disponibili in misura inesauribile per noi. Peter Gross ha seguito a fondo il consiglio "Capire la natura e copiarla" perché infatti, il corso dell'acqua all'interno dell'attivatore segue il ciclo naturale dell'acqua come si verifica sulla terra.

Prima di spiegare gli effetti sulla salute di un'acqua così rigenerata, vogliamo osservare l'acqua al livello molecolare per poter capire, come avviene la ristrutturazione molecolare dell'acqua.

Come è noto, l'acqua è formata da molecole H₂O (2 atomi di idrogeno, 1 di ossigeno).

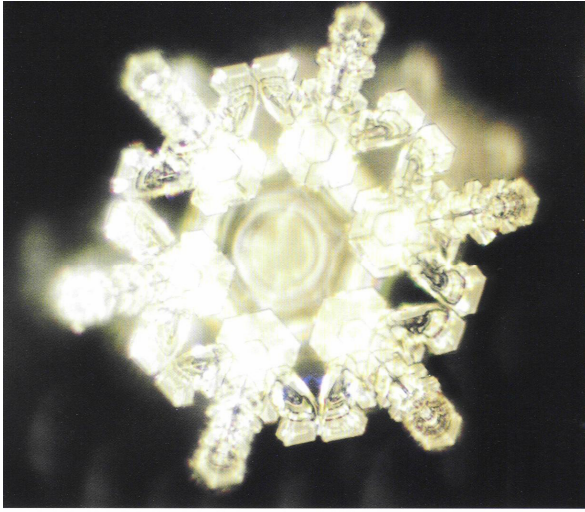


In natura, nell'acqua che scorre o comunque si muove (correnti, moto ondoso), il flusso ondulatorio, i salti, i vortici costituiscono un "lavoro" (di attrito, pressione, ecc.) che produce energia e polarizza le molecole, cioè dà loro una carica elettrica, formando due poli (come nelle calamite): gli atomi di idrogeno prendono carica positiva, l'ossigeno negativa. Quindi, visto che polarità diverse si attraggono, le molecole si attraggono collegando i due atomi di idrogeno di una a quello di ossigeno di altre due (ponti idrogeno) e, data la disposizione spaziale a V normalmente con angolo di circa 104,5° dei tre atomi, formano strutture tridimensionali a base tetraedrica. Polarità uguali si respingono e più sono positivamente caricati gli atomi di idrogeno (H), più grande diventa l'angolo

della disposizione a V. Nell'acqua GIE, tale angolo raggiunge 108° che è, come vedremo, un angolo che assume un grande significato nell'ambito della geometria che è alla base della Sezione Aurea. Le molecole d'acqua creano cosiddetti Cluster (=Mucchio) che sono dei cristalli liquidi. A 20°C un Cluster contiene ca. 450 molecole d'acqua, a 100°C , nel vapore, è composta di ca. 50 molecole. A tutti gli effetti i Cluster sono strutture cristalline liquide (a 0° si solidificano e le vediamo facilmente al microscopio in neve e ghiaccio: ma se illuminate con luce ultravioletta, in campo scuro, le vediamo anche allo stato liquido). I cristalli d'acqua si comportano come tutti i cristalli: possono entrare in risonanza con onde elettromagnetiche che li colpiscono e conservarne la configurazione di energia con tutte le relative informazioni, e trasmetterle ad altre strutture cristalline con cui entrano in contatto. E' la cosiddetta "memoria dell'acqua". La memoria dei Floppy Disc di un computer è proprio basata sull'orientamento delle strutture microcristalline del materiale magnetico. Quindi l'acqua, a parte i soluti (sostanze disciolte dal suo potere solvente), è in grado di trattenere le informazioni provenienti anche da sostanze insolubili. Ma le emanazioni energetiche di queste SONO le sostanze stesse. Infatti, in omeopatia, possiamo constatare che l'acqua, purchè dinamizzata in modo da avere struttura cristallina, trattiene l'energia con la relativa informazione (frequenza) uscita dalla sostanza in diluizione anche quando questa non è più presente materialmente (dopo 20-30 diluizioni). Similmente alle figure di Chladni nelle quali la sabbia posta su una piastra in vibrazione crea forme diverse a secondo la frequenza, anche i cristalli liquidi cambiano geometria a secondo la frequenza (informazione) che ricevono. In effetti ci curiamo con l'energia, le onde elettromagnetiche con l'esatta lunghezza d'onda - frequenza - che è caratteristica di quella sostanza. L'acqua è la vera fonte di vita su questo pianeta, la sua qualità e integrità sono d'importanza vitale per tutte le forme di vita. Il corpo è come una spugna ed è composto da trilioni di camere chiamate cellule, che contengono acqua. La qualità della nostra vita è direttamente connessa alla qualità della nostra acqua. L'acqua è una sostanza molto malleabile. La sua forma fisica si adatta facilmente a qualsiasi ambiente sia presente. Ma la sua apparenza fisica non è l'unica cosa che cambia; anche la sua forma molecolare cambia. L'energia o le vibrazioni dell'ambiente, modificheranno la forma molecolare dell'acqua. In questo senso l'acqua non ha solo l'abilità di riflettere esteriormente l'ambiente, ma anche di rifletterlo attraverso le proprie molecole.

L'osservazione della formazione dei cristalli liquidi nell'acqua ci dice che, a partire dall'aggregarsi in strutture tridimensionali a base tetraedrica, la forma centrale è l'esagono: più è ordinata e complessa la cristallizzazione, più l'esagono e le sue proliferazioni radiali a 6 raggi sono regolari. Poi, a seconda della fonte di energia che ha fornito le informazioni, i cristalli prendono la forma più rispondente a quella vibrazione di origine.

Un esempio di acqua sana è quella sorgiva di montagna di Sanbuichi Yusui, Giappone.

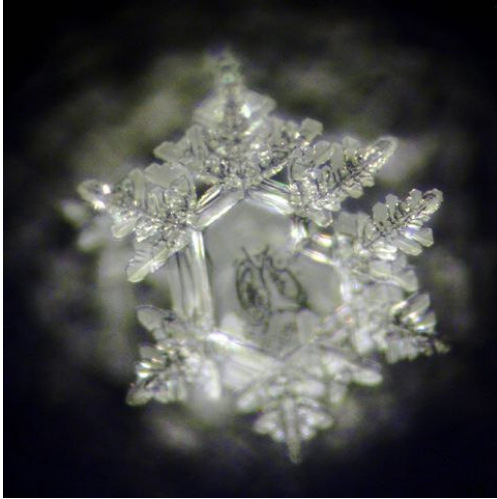


Sanbuichi Yusui Spring Water, Nagasaki-cho, Kita-Koma-gun, Yamaguchi Prefecture

Più è elevato l'ordine, la coerenza energetica delle informazioni, più le forme della cristallizzazione si espandono come radici, lasciando sempre meno spazio a strutture ed energie non in fase.

Il fatto che l'acqua abbia energia positiva e formi cristalli ben ramificati e regolari non è dunque un semplice aspetto estetico: a una tale strutturazione corrispondono molte conseguenze di stato fisico.

L'acqua GIE è l'unica acqua a luce bianca al mondo prodotta da un apparecchio che contiene le frequenze dei 7 colori dell'arcobaleno come le acque di Luce Bianca come Lourdes (Enza Ciccolo – Acque di luce bianca e Acqua d'amore, Edizione Mediterranee). Le acque di luce bianca è risaputo che sono in grado di armonizzare l'ambiente e l'organismo fino al punto di rimuovere patologie. Le varie acque bianche differiscono fra di loro relativamente alla larghezza di banda dei singoli colori ma hanno in comune che le loro percentuali dei colori spettrali sono costruite secondo il principio naturale della SEZIONE AUREA e la connessa geometria. Tanto è vero che l'angolo della molecola d'acqua che si forma fra i due atomi di idrogeno dell'acqua (H_2O) è normalmente di 104° . Invece, l'angolo delle acque di luce bianca e di acqua GIE hanno un angolo di 108° che sarebbe l'angolo complementare a 72° ($180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$) che è l'angolo del pentagono ovvero stella a cinque punte che è basato sul rapporto aureo. (Notiamo anche che 72 è la media aritmetica di 55 e 89 . Difatti $(55 + 89) / 2 = 72$, e 55 e 89 sono numeri di Fibonacci). Il fatto interessante è, che l'acqua GIE, oltre a contenere lo spettro dei 7 colori forma anche un cristallo a 7 punte. Normalmente i cristalli d'acqua hanno 6 punte a forma esagonale.



Un poligono a 7 punte ha un angolo base di $51,428^\circ$ che è molto vicino all'angolo aureo di $51,82^\circ$ (notiamo che la differenza tra i due angoli è circa 0,40 che è la costante del sistema musicale in sezione aurea, come vedremo in seguito) e corrisponde all'angolo dell'inclinazione dei lati triangolari delle piramidi di Cheope. Inoltre, $51,82^\circ$ è circa uguale a 52 che è dato dalla differenza tra 55 e 3, entrambi numeri di Fibonacci.

La Sezione Aurea corrisponde ad un rapporto numerico chiamato Phi che corrisponde al valore di 1,6180339... .L'onnipresenza di Phi in natura va chiaramente al di là delle coincidenze e perciò gli antichi pensavano che fosse stato stabilito dal Creatore dell'universo. Qualche esempio: nessuno capiva meglio di Leonardo da Vinci la divina struttura del corpo umano. Leonardo disseppelliva i corpi per misurare le proporzioni esatte della struttura ossea umana. Fu il primo a mostrare che il corpo umano è letteralmente costituito di elementi che stanno tra di loro in rapporto di Phi. Misurando la vostra altezza poi dividendola per la distanza da terra del vostro ombelico si ottiene Phi. Misurando la distanza dalla spalla alla punta delle dita e dividendola per la distanza dal gomito alla punta delle dita si ottiene di nuovo Phi. Altro esempio? Dal fianco al pavimento diviso per la distanza dal ginocchio al pavimento, di nuovo Phi. Le articolazioni delle dita, le sezioni della colonna vertebrale, ancora Phi.

Ciascuno di voi è il tributo ambulante alla proporzione divina. Tutta la Natura si basa su questo rapporto Phi, iniziando dalla struttura degli atomi fino ai tempi di rivoluzione dei pianeti attorno il sole. L'acqua, come elemento naturale, quando ha una struttura armonica, assume il rapporto Phi nella sua struttura cristallina e molecolare.

Sistema musicale in sezione aurea: connessioni con Macrocosmo e microcosmo.

La teoria del Global-Scaling spiega l'Universo, di forma ovaloide secondo le immagini venute fuori dal satellite WMAP, in termini di onda G che con le sue vibrazioni di onda stazionaria determina intervalli stabili sulla retta logaritmica usando frazioni a catena per calcolarli che iniziano sempre con il numero 3. Questa onda alla nascita dell'universo è stata riflessa al confine e quella riflessa si sovrappone a quella originale spostata di $\ln 6$. Cioè, queste due onde esistono in parallelo e sono leggermente spostate fra di loro. Lange ha sempre pensato che seguono la logica dei numeri primi, quindi una logica del tipo 5 e 7, 11 e 13, 17 e 19, ecc...

È interessante notare che se prendiamo i numeri primi 5 e 7 ed il $\ln(6)$, con la seguente espressione notiamo l'interessante buona correlazione tra questi numeri e il rapporto aureo:

$$\frac{1}{2}[5 - \ln(6)] \cong 1,60412... \cong \Phi \cong \frac{\sqrt{5}+1}{2}; \quad \frac{1}{2}[7 - \ln(6)] \cong 2,60412... \cong (\Phi)^2 \cong \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2. \quad (2.4)$$

Anche il famoso OM, che è all'inizio dell'universo come Verbo o "suono" creatrice, forma su un tonoscopio una perfetta forma geometrica che si basa su 9 triangoli. I due più grandi hanno come angolo base quello aureo e pronunciando l'OM, nello spettro di frequenze si hanno rapporti aurei. Se alla base vi era un Verbo (suono) che ha messo in movimento l'onda G, e se questo suono ha a che fare con la sezione aurea, Lange crede che debba esserci un sistema musicale in sezione aurea. Infine, quello che esiste in natura è in sezione aurea per risonare con queste frequenze dell'onda G. Il sistema musicale in sezione aurea, si basa su 13 note per ottava (per la precisione 12,96) ed ogni 9 note Lange ottiene una perfetta sezione aurea. Il sistema è esponenziale su base 2 (per avere l'ottava). Avremo quindi $2^{(x/12,96)}$ con $x = 9,18,27...$ Infatti, per esempio:

$$2^{(9/12,96)} = 2^{0,694444444} = 1,61826115 \cong \Phi \cong \frac{\sqrt{5}+1}{2};$$

$$2^{(18/12,96)} = 2^{1,388888889} = 2,61876915 \cong (\Phi)^2 \cong \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2;$$

$$2^{(27/12,96)} = 2^{2,083333333} = 4,237852377 \cong (\Phi)^3 \cong \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^3.$$

Sulla tastiera del pianoforte si ha il logaritmo su base due e non $\ln(x)$ ma Lange nota un qualche parallelismo con il Global-Scaling.

Riguardo al 9 (la forma geometrica che si basa su 9 triangoli ed il numero di note ogni qualvolta si ottiene un rapporto aureo, cioè 9), 36 e 72 sono degli importanti multipli di questo numero. Difatti $36 = 9 \times 4 = 12 \times 3$ e $72 = 9 \times 8 = 24 \times 3$. Ora 24 (e quindi 12, in quanto $24 = 12 \times 2$) sono i “modi” della funzione di Ramanujan (una funzione modulare ellittica che soddisfa ciò che occorre per la “simmetria conforme”) che corrispondono alle vibrazioni fisiche di una stringa bosonica. Dalle seguenti equazioni modulari di Ramanujan, avremo:

$$\pi = \frac{24}{\sqrt{142}} \log \left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)} \right], \quad (2.5) \text{ da cui}$$

$$24 = \frac{\pi(\sqrt{142})}{\log \left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)} \right]}, \quad (2.6) \text{ e}$$

$$\pi = \frac{12}{\sqrt{130}} \log \left[\frac{(2+\sqrt{5}) \cdot (3+\sqrt{13})}{\sqrt{2}} \right], \quad (2.7) \text{ da cui}$$

$$12 = \frac{\pi(\sqrt{130})}{\log \left[\frac{(2+\sqrt{5}) \cdot (3+\sqrt{13})}{\sqrt{2}} \right]}. \quad (2.8)$$

È interessante notare anche che i numeri 2, 3, 5, 7, 11 e 13 sono numeri primi e che la prima identità può essere benissimo connessa con la relazione del modello Palumbo-Nardelli che lega in un rapporto di reciprocità le azioni di stringa bosonica e quelle di stringa fermionica. Avremo, in definitiva:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} Tr_v (F_2^2) \right] = \\ & = - \int d^{26}x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} Tr(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] \Rightarrow \\ & \Rightarrow 24 = \frac{\pi(\sqrt{142})}{\log \left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4}\right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4}\right)} \right]}. \quad (2.9) \end{aligned}$$

Lange ha ottenuto il sistema musicale in sezione aurea con 13 note (12,96) per ottava. In questo sistema c'è quindi un piccolo “errore” rispetto all'ottava, precisamente 0,04 pari alla differenza tra 13 e 12,96. Anche Nardelli, nei suoi lavori sulle connessioni tra stringhe-numeri primi-numeri di Fibonacci, afferma che deve esserci una leggera “imperfezione” per dare occasione alla ciclicità e questa corrisponderebbe al numero di Legendre “c” = 1,08366.

È interessante evidenziare che la metà del $\ln(c)$, cioè del numero di Legendre “c”, è uguale proprio a 0,04.

Cioè

$$\frac{1}{2} \ln(1,08366) = \frac{1}{2} \cdot 0,0803442 = 0,0401721 \cong 0,04 . \quad (2.10)$$

Lange, inoltre, lesse un interessante articolo su *Scienza & Conoscenza* n. 19 di Febbraio 2007 intitolato “La scienza delle vibrazioni simpatiche” di Alessio Di Benedetto. In esso si legge: “La scienza delle vibrazioni simpatiche e quindi lo studio della musica e l’applicazione delle sue leggi a nuove tipologie d’analisi della realtà ed alla realizzazione di nuove fonti di energia e di nuove tecnologie del tipo pulito, libero, implosivo”. E poi, parlando dell’effetto Casimir si legge: “la densità d’energia è pari ad un numero stratosferico, ovvero $10^{108} \text{ J/cm}^3 \dots$; se dividiamo per multipli di 2 il numero 108 otteniamo: 54, 27... Sarà un caso che la 27-esima sub-armonica sia in sezione aurea rispetto al suono di riferimento costituito dall’universo vibrante a suoni acutissimi?... Analogo discorso per la costante di Planck ($\hbar = 6,626 \times 10^{-27} \text{ erg/sec}$). Essa è riconducibile all’energia fotonica interna della luce (6,626). È ormai noto che le onde luminose non si propagano per linea retta, ma in maniera circolare: esse percorrono un’orbita che segue il campo magnetico della Terra. Se così è, quante volte gira intorno alla Terra la luce del Sole in un secondo? Sembrerà strano ma il numero risultante, calcolato dall’Aeronautica Australiana corrisponde a 6,666. Tale cifra si collega all’energia vibratoria della luce. Ma se sottraiamo, a tale livello oscillatorio, la quantità vibratoria interna della luce, cioè il valore 6,626, il risultato è 40 millesimi (0,040), una costante riconducibile alla disparità fra terze e contro-terze nell’intonazione naturale. In pratica essa esprime la legge (differenza o rapporto) tra le funzioni armonicali ellittiche degli accordi. Più semplicemente, tale costante manifesta il rapporto fra gli accordi di sopra e gli accordi di sotto in musica, tra i quali vi è una frequenza che funge da centro polare. Se ne deduce che la costante fotonica e quella di Planck sono analoghe dal punto di vista armonicale e frattale. Cambia il numero assoluto di frequenza vibratoria, ma rimane invariato il rapporto oscillatorio che si costituisce come unità di misura. Ciò significa che viviamo in una dimensione vibrazionale a sezione aurea. Noi vediamo di noi stessi e degli altri la sezione aurea, attraverso il nostro corpo ed i suoi cinque sensi”. Lange, ha quindi notato che Di Benedetto parla di effetto Casimir, costante di Planck, musica, forma ellittica e sezione aurea, inoltre anche qui emerge il misterioso valore 0,040.

Ma Lange ha anche correlato l’angolo aureo con la struttura della molecola dell’acqua ed anche qui è venuta fuori la famosa costante 0,040.

L’acqua GIE è l’unica acqua a luce bianca al mondo prodotta da un apparecchio che contiene le frequenze dei 7 colori dell’arcobaleno come l’acqua di luce bianca del tipo acqua di Lourdes (Enza Ciccolo – Acque di luce bianca a Acqua d’amore, Ediz. Mediterranee). Le acque di luce bianca sono in grado di armonizzare l’ambiente e l’organismo fino al punto di rimuovere le patologie. Le varie acque bianche differiscono fra di loro relativamente alla larghezza di banda dei singoli colori, ma hanno in comune che le percentuali dei colori spettrali sono costruite secondo il principio naturale della SEZIONE AUREA. Tanto è vero che l’angolo della molecola d’acqua che si forma fra i due atomi di idrogeno dell’acqua (H_2O) è normalmente di 104° . Invece, l’angolo delle acque di luce bianca e dell’acqua GIE hanno un angolo di 108° che non è altro che l’angolo complementare a 72° ($180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$), cioè l’angolo del pentagono ovvero della stella a cinque punte, figura geometrica basata sul rapporto aureo. Il fatto interessante è che l’acqua GIE, oltre a contenere lo spettro dei 7 colori, forma anche un cristallo a 7 punte. Normalmente i cristalli d’acqua hanno 6 punta di forma esagonale. Un poligono a 7 punte ha un angolo base di $51,428^\circ$ che è molto vicino al valore dell’angolo aureo di $51,82^\circ$ e che corrisponde anche all’angolo di inclinazione dei lati triangolari delle piramidi di Cheope. È interessante notare che la differenza tra i due valori è di circa 0,4 praticamente 10 volte il valore della differenza fra il sistema musicale in sezione aurea a 13 note ed il valore esatto di 12,96 note per ottava ($0,04 \times 10$). È inoltre degno di nota menzionare che le frequenze delle acque a luce bianca sono 5, 10, 20, 40, 80,... Hertz, e che la frequenza di 40 Hertz (anche questo numero è un multiplo del valore 0,04 precisamente $0,04 \times 1000$) è molto vicina alla

frequenza di risonanza del vuoto calcolata secondo la teoria del Global-Scaling che ha un valore di 40,8 Hertz, che poi è anche la frequenza di rotazione del Tornado.

Lange ha anche sentito un discorso sul sale dell' Himalaya che ha (guarda caso) una frequenza propria di 40 Hz e che fa molto bene alla salute (contiene tutti gli elementi).

È utile evidenziare che quando brucia un qualsiasi essere vivente, rimangono le ceneri che in fin dei conti sono sale.

Quindi ogni essere vivente è fatto di acqua e di sale, e, precisamente, di **quel** sale.

Inoltre, il nostro sangue è una soluzione salina e l'embrione cresce in una soluzione salina.

Infine, un'altra importantissima osservazione: l'acqua del mare contiene 40 kg di sale per 1000 litri, quindi $40/1000=0,040$.

Ecco nuovamente i 4 centesimi !!! Ecco presentarsi nuovamente la costante del sistema musicale in sezione aurea.

Ci sarà un motivo per il quale sono proprio 40 kg per 1000 litri. Il motivo è molto evidente: anche nel sale del mare è insita la costante del sistema musicale in sezione aurea.

Anche riguardo ai neutrini si può notare una correlazione con il valore 0,04. Per descrivere ciò, prendiamo i seguenti valori inerenti la massa del neutrino: $< 21,7 \text{ eV}$ e $\leq 16 \text{ eV}$.

Ricordiamo che la costante di Planck è uguale a $\hbar = 6,626 \cdot 10^{-27} \text{ erg}$ e che $1 \text{ eV} = 1,6026507 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$. Avremo allora che $16 \text{ eV} = (16 \cdot 1,6026507) \cdot 10^{-12} \text{ erg} = 25,6424112 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$. Adesso, applicando l'equazione di Planck $E = \hbar \nu$, avremo:

$$\nu = \frac{E}{\hbar} = \frac{25,6424112 \cdot 10^{-12} \text{ erg}}{6,626 \cdot 10^{-27} \text{ erg}} \cong 3,870 \cdot 10^{15} \text{ erg} = 0,3870 \cdot 10^{16} \text{ erg} . \quad (2.11)$$

Successivamente, tale valore lo andremo ad inserire nella seguente equazione che contiene sia il valore del rapporto aureo, sia quello della sezione aurea. Avremo quindi:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^3 - 10\nu + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^7 = (1,618033)^3 - 3,866 + (0,618033)^7 = 4,23606 - 3,866 + 0,0344 = 0,40446 \quad (2.12),$$

valore vicinissimo a $0,04 \times 10 = 0,40$.

Riguardo all'altro valore, cioè 21,7 eV è possibile fare la seguente osservazione. Il valore del quadrato del rapporto aureo è uguale a 2,618030789. Da questo è possibile effettuare il seguente calcolo:

$$10 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 - 21,7 = (10 \cdot 2,618030789) - 21,7 = 26,18030789 - 21,7 = 4,480 . \quad (2.13)$$

È interessante notare che tale valore non è altro che $0,4480 \times 10 = 4,480$.

Concludendo, è possibile affermare che anche per quanto concerne la massa (o meglio la densità di energia) dei neutrini, che poi non sono altro che stringhe fermioniche, esiste una evidente connessione con 0,4 quindi con un multiplo della "costante" del sistema musicale in sezione aurea.

Il sistema musicale Phi a 13 note e il "motore trota" di Schauberger

Viktor Schauberger (1885-1958), padre del principio implosivo naturale, ha costruito diverse macchine che sfruttavano tale principio al fine di ottenere energia o forza propulsiva.

L'unico libro che ha scritto personalmente si chiama "Il nostro lavoro inutile" facendo riferimento al principio esplosivo usato nella tecnica odierna. Diceva: Le forze contenute in una singola goccia di buona acqua sorgiva sono paragonabili alla potenza di una centrale elettrica media", e, "queste energie sono ottenibili quasi gratis senza sforzi, ma solo se seguiamo le vie dalla natura e se abbandoniamo le vie sbagliate della tecnologia odierna." Infine, "felicità, salute e energia sono disponibili in misura inesauribile per noi, se riconosciamo, che nell'acqua –il sangue della terra– abita la volontà e la resistenza della vita...". La sua frase più famosa era: "Capire la natura e copiarla".

Ai tecnici diceva: "usate movimenti sbagliati", facendo riferimento al principio esplosivo usato nella tecnica odierna. In particolare, quando Schauberger parla di movimenti sbagliati aveva in mente le geometrie Euclidee, vale a dire linee rette, rettangoli, cerchi. La natura usa soltanto geometrie Non-Euclidee, cioè linee curve a spirale, ovoidali. Parlando di una delle sue macchine implosive diceva che non conteneva nemmeno una linea retta o un cerchio.

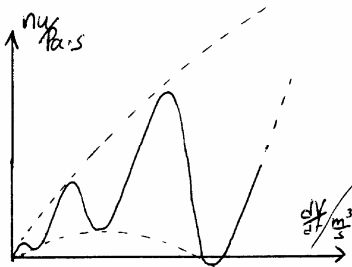
Effettivamente, quando p.es. una vettura vuole raddoppiare la sua velocità, deve investire quattro volte l'energia attuale per superare le resistenze aerodinamiche. Ecco il motivo dell'eccessivo consumo di carburante quando si aumenta la velocità. Come effetto collaterale si sviluppa calore da parte del motore per via delle esplosioni nei cilindri e molto rumore. La natura usa una fonte d'energia silenziosa, fredda per i processi evolutivi, e usa i processi esplosivi solo per la distruzione di materiale organico che non serve più al fine di re-immetterla nel ciclo naturale delle sostanze. Schauberger osservava spesso le trote che riescono a contrastare la corrente di un fiume pur essendo quasi immobili. Addirittura constatava che, quando vengono spaventate, scappano contro corrente non sfruttando la velocità dell'acqua per allontanarsi più velocemente. Meravigliandosi di questo fenomeno ha scoperto l'implosione, un principio che usa la natura secondo il quale raddoppiando la velocità, l'energia per superare la resistenza diventa un quarto. Più veloce si va, la resistenza diminuisce col quadrato della velocità abbassando ulteriormente la resistenza. Infatti le macchine



implosive di Schauberger necessitavano solo di una spinta iniziale per poi accelerare da sole. L'unico problema che si pone è la regolazione della velocità per evitare che i giri superano dei limiti posti dalla resistenza dei materiali impiegati. E' chiaro, che da un certo punto in poi, questi sistemi naturali diventano auto-acceleranti verso l'infinito per cui Schauberger prevedeva un'elica per frenare il flusso. La trota riesce a controllare questo fenomeno regolando l'intensità dei vortici nelle sue branchie. Schauberger costruiva diverse macchine implosive/antigravitazionali che imitavano le forme naturali. Una di queste forme era il corno dell'antilope Kudu (vedi figura). Ora iniziamo a capire che il movimento che favorisce l'innescamento di un flusso implosivo è quello a forma di una spirale (vortice) generato da una sottopressione, mentre quello esplosivo segue una linea retta (o un cerchio) che viene generato da una pressione.

Schauberger ha costruito dei tubi in rame con questa forma e ha notato, che la resistenza era molto inferiore rispetto un tubo circolare e diritto a parità di sezione. In più notava che a certe pressioni e velocità del flusso, la resistenza diventava NEGATIVA (viscosità negativa): il tubo, quindi,

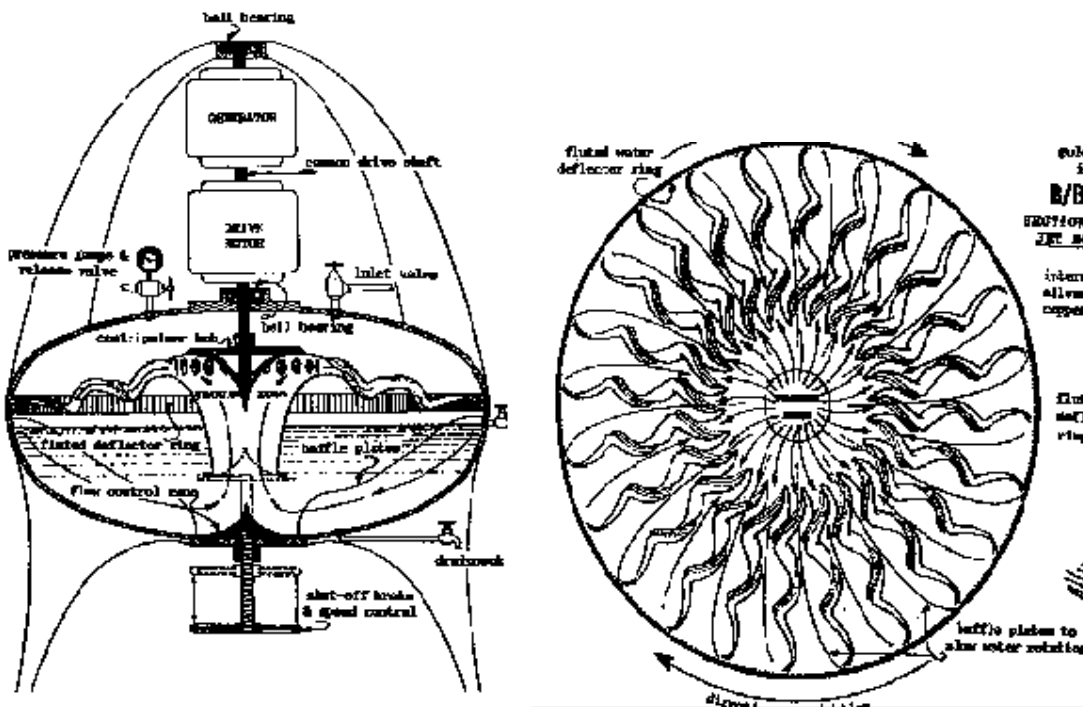
diventava una pompa. Questo è “Free Energy” e succede quando gli effetti implosivi superano la resistenza idrodinamica.



Negli anni '50 sono state ripetute con successo questi esperimenti all'Università di Stoccarda con il Prof. Pöpel che ha confermato le scoperte di Schauberger ma purtroppo, per motivi ovvi, non è rimasto nulla di tutto ciò. Il fenomeno dell'implosione si verifica esclusivamente perché l'energia che attraversa tutto è di tipo non-entropica con un effetto di auto-amplificazione.

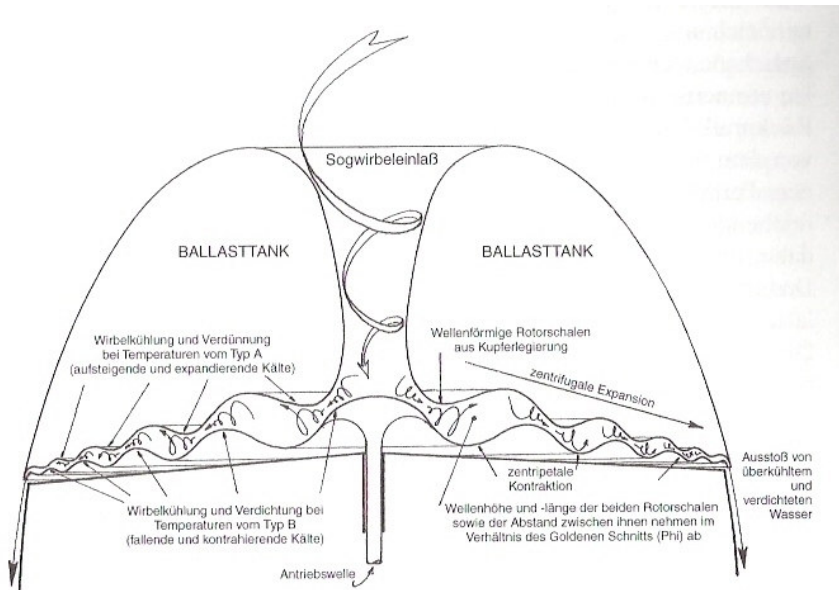
E' degno di nota che le distanze fra le ondulazioni del corno Kudu diminuiscono seguendo il rapporto della sezione aurea Phi andando verso la punta.

Incoraggiato dai risultati ottenuti dagli esperimenti effettuati con tubi in rame a forma di corno Kudu, Schauberger decise di costruire una macchina implosiva chiamata “Implosionsmotor” che conteneva una serie di tubi a forma di corno Kudu disposti radialmente. Questi tubi, messi in moto rotativo con un motore elettrico, innescavano un movimento dell'acqua dal centro verso le estremità dei tubi. Ad un certo punto, una volta innescato il meccanismo implosivo, si doveva ottenere un “surplus” di spinta in direzione della rotazione dei tubi al fine di creare energia elettrica usando il generatore montato sullo stesso asse del motore elettrico di avviamento.



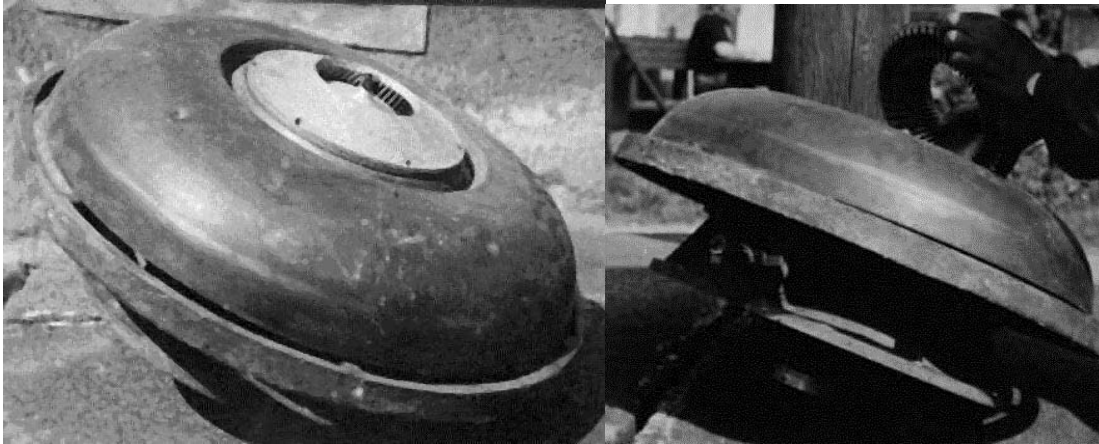
Questo tipo di costruzione era molto complicato e costoso per l'impiego di molti tubi con una forma complessa da realizzare.

Una costruzione simile la troviamo nel motore "trotta" che doveva essere situato nella parte anteriore di un sottomarino bio-tecnico. Dall'imbuto centrale entrava l'acqua che veniva messa in autostazione in mezzo a due dischi ondulati (uno fermo, l'altro in rotazione) creando degli spazi con restrizioni e allargamenti. Il vantaggio al livello costruttivo è quello di poter realizzare le piastre ondulate con una semplice tornitura seguendo il relativo profilo. All'ingresso centrale venivano introdotti dei profili a farfalla per canalizzare il flusso d'acqua (non disegnato).



L'acqua veniva accelerata e frenata in maniera alternata per via delle restrizioni e allargamenti che si creavano in mezzo alle due piastre uscendo ad alta velocità all'estremità con direzione tangenziale rispetto al corpo del sottomarino. Durante il suo viaggio verso il retro l'acqua raffreddata fino al punto di anomalia di 4°C (massima densità) veniva riscaldata con il relativo aumento di volume creando una spinta in avanti nella parte posteriore del sottomarino a forma ovoidale.

Una versione leggermente modificata del motore "trotta" è la cosiddetta "Repulsine" che al posto dell'acqua era destinata ad usare l'aria. La "Repulsine" non sarebbe altro che il famoso disco volante di Schauberger.



Veniva usato un piccolo motore ad alto regime di giri (10.000 - 20.000 giri/min) per mettere in moto il disco rotante ondulato. Nonostante il suo diametro limitato (ca. 65 cm), le forze di levitazione (antigravitazione) erano elevatissime. Alla prima messa in moto si sono spezzati i 6 perni di acciaio di alta resistenza meccanica con diametro di un quarto di pollice e la “Repulsine” si è auto-distrutta sbattendo contro il soffitto del capannone. Secondo i calcoli di Schauberger, un disco con un diametro di soli 20 cm ad un numero di giri di 20.000 al minuto, avrebbe sollevato un peso di 228 tonnellate !

Nel suo libro “Comprendere e usare Energie naturali” Callum Coats, parlando del motore trota, dice che secondo Schauberger, nel mondo fisico, ogni coppia di valori bipolari può esprimere fino a **96%** del suo potenziale massimo perché raggiungendo lo stato estremo trascendentale (100%), finisce di esistere la controparte materiale.

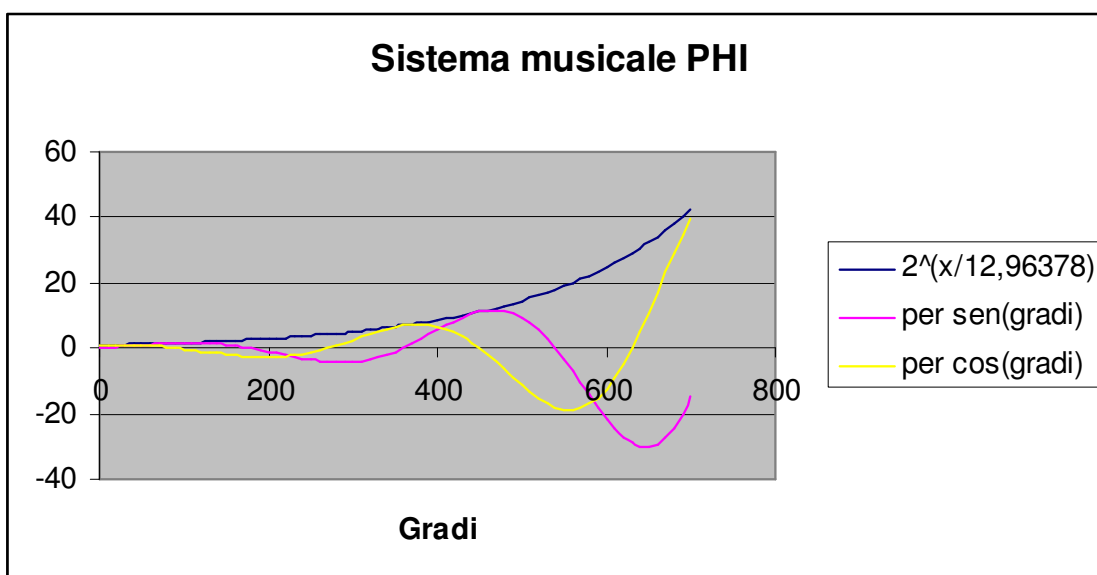
Lange è stato fortemente incuriosito dal fatto che Coats afferma che il rapporto matematico in cui diminuiscono altezza e lunghezza delle onde è Phi (vedi disegno). Si nota che l’apice delle onde del disco superiore non coincide esattamente con l’apice del relativo disco inferiore e che le onde non sono esattamente simmetriche rispetto all’apice. La grandezza delle onde diminuisce gradualmente verso l’estremità esterna dei dischi rispettando il rapporto Phi confrontando le altezze delle onde fra di loro.

Cercando di ottenere questa geometria Lange si è ricordato del sistema musicale a 12,**96**... (quasi 13) note che rappresenta con ogni 9 note esattamente le potenze di Phi (la 10^a nota ha una frequenza 1,6180339... volte rispetto la prima) aumentando gradualmente la frequenza per ogni nota seguendo la funzione esponenziale $f(x) = 2^{(x/12,96)}$.

Per ottenere la forma ondulatoria, Lange ha pensato di moltiplicare i numeri delle note con la funzione del seno e del coseno abbinando 10 gradi ad ogni nota in quanto ogni 9 note si ha il valore di Phi. Effettivamente così si ottengono esattamente i profili dei due dischi con i vari apici (o valli) delle onde in sezione aurea perché il $\sin(90^\circ)=1$ e il $\cos(90^\circ)=0$. Nella tabella che riporta i numeri delle note del sistema Phi sono segnate in giallo le potenze di Phi.

	Note Phi	Note Phi per	Note Phi per
Gradi	$2^{(x/12,96378)}$	per sen(gradi)	per cos(gradi)
0	1,000000	0,00000	1,00000
10	1,054923	0,18319	1,03890
20	1,112863	0,38062	1,04575
30	1,173985	0,58699	1,01670
40	1,238464	0,79607	0,94872
50	1,306484	1,00083	0,83979
60	1,378241	1,19359	0,68912
70	1,453938	1,36625	0,49728
80	1,533793	1,51049	0,26634
90	1,618034	1,61803	0,00000
100	1,706902	1,68097	-0,29640
110	1,800650	1,69206	-0,61586
120	1,899548	1,64506	-0,94977
130	2,003877	1,53506	-1,28807
140	2,113936	1,35881	-1,61937
150	2,230040	1,11502	-1,93127
160	2,352521	0,80461	-2,21065
170	2,481729	0,43095	-2,44403
180	2,618034	0,00000	-2,61803
190	2,761825	-0,47959	-2,71987
200	2,913513	-0,99648	-2,73781

Nel grafico seguente si vedono i profili dei dischi ondulati come funzione matematica $\sin(x)$, ovvero $\cos(x)$, dei numeri corrispondenti delle note del sistema musicale a 13 (12,96...) note in sezione aurea.



I valori ottenuti possono essere moltiplicati con una qualsiasi potenza di Phi per ottenere onde più o meno alte rispetto le distanze rimanendo sempre in Phi con tutte le altre distanze.

Qual'era il segreto del motore implosivo a forma di corna Kudu, del motore trota con i dischi ondulati o della Repulsine ? L'utilizzo geometrico delle potenze di Phi che permette di attingere in maniera frattalica al campo vibrazionale onnipresente basato sull'armonia musicale universale o per citare Tesla "collegarsi all'ingranaggio della natura". Come ? Con la perfetta risonanza. Il predecessore in termini di "Free Energy" di Tesla , Keely parlava di un universo musicale.

E' degno di nota che il sistema musicale Phi non ha esattamente 13 note. Per ottenere esattamente le potenze di Phi, bisogna lavorare con 12,96 note (valore teorico in quanto il numero delle note deve essere intero). In relazione al motore trota, Coats menziona un potenziale massimo raggiungibile del 96%. Un caso numerico ?

Ma qual'è il vero motivo per il quale Schauberger diceva che si può utilizzare solo il 96% del potenziale massimo energetico? Il motivo è che l'acqua ha il suo punto d'anomalia proprio a 4 Gradi (lì ha la sua massima densità). La fase liquida copre un range di 100 Gradi (ghiaccio 0 Gradi, vapore 100 Gradi) per cui 4 Gradi sono 4 centesimi !!!!

Comunque è una cosa molto strana che l'acqua aumenti il suo volume raffreddandola ulteriormente sotto i 4 gradi.

Qualsiasi altro liquido abbasserebbe il suo volume. È grazie a questo effetto che il ghiaccio galleggia e, ad esempio, protegge i laghi ecc.

Ecco quindi un altro bellissimo esempio della costante numerica uguale a 4 centesimi.

Serie di Fibonacci e serie di Lucas

La seguente tabella mostra entrambe le serie:

Fibonacci		Lucas	
0	0,00000000	1	0,33333333
1	1,00000000	3	0,75000000
1	0,50000000	4	0,57142857
2	0,66666667	7	0,63636364
3	0,60000000	11	0,61111111
5	0,62500000	18	0,62068966
8	0,61538462	29	0,61702128
13	0,61904762	47	0,61842105
21	0,61764706	76	0,61788618
34	0,61818182	123	0,61809045
55	0,61797753	199	0,61801242
89	0,61805556	322	0,61804223
144	0,61802575	521	0,61803084
233	0,61803714	843	0,61803519
377	0,61803279	1364	0,61803353
610	0,61803445	2207	0,61803416
987	0,61803381	3571	0,61803392
1597	0,61803406	5778	0,61803401
2584	0,61803396	9349	0,61803398
4181	0,61803400	15127	0,61803399
6765	0,61803399	24476	0,61803399
10946	0,61803399	39603	0,61803399
17711		64079	

Un argomento della teoria dei numeri che ha trovato molte applicazioni nei più disparati campi della scienza e della tecnica, dalla matematica alla fisica, dalla chimica alla biologia, dalla ricerca operativa all'astronomia, ma soprattutto nella moderna crittografia, è quello riguardante le cosiddette Sequenze di Lucas che sono in generale delle successioni ricorrenti di numeri interi chiamati termini in cui ogni termine è definito come una certa funzione di quelli precedenti

Adesso prendiamo in considerazione due particolari sequenze e descriviamo un algoritmo per il calcolo veloce del valore numerico dei numeri di Fibonacci e di Lucas.

Prima di illustrare l'algoritmo è opportuno dire in breve qualcosa su questi numeri.

Prendiamo in esame due particolari sequenze o successioni ricorrenti di numeri, di cui si danno i primi 13 termini partendo dal primo termine :

1^a successione:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, (serie di Fibonacci)

2^a successione:

2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, (serie di Lucas)

Come si costruiscono i termini della successione seguenti a quelli mostrati?

Definiamo innanzi tutto il termine generico della 1^a successione come $U(k)$ dove k prende il nome di indice.

Detta successione può essere genericamente indicata così:

$U(0), U(1), U(2), U(3), U(4), U(5), U(6), U(7), U(8),$
 $U(9), U(10), U(11), U(12), \dots, U(k), \dots$

E' facile vedere, tenendo conto dei valori numerici mostrati, che $U(k)$, ad esclusione dei primi due termini, è legato ai termini precedenti dalla seguente relazione:

$$U(k) = U(k-1) + U(k-2)$$

per cui, ad esempio, il termine $U(13)$ seguente a $U(12) = 144$ è il numero 233.

Tale successione viene denominata sequenza di Fibonacci.

Analogamente definiamo il termine generico della 2^a successione associata (companion sequence) alla sequenza di Fibonacci come $V(k)$.

Questa successione può essere indicata come segue:

$V(0), V(1), V(2), V(3), V(4), V(5), V(6), V(7), V(8), V(9), V(10), V(11), \dots, V(k),$
 \dots

Anche per detta successione si vede che $V(k) = V(k-1) + V(k-2)$ per cui allora il termine $V(12)$ seguente a $V(11) = 199$ è il numero 322.

In effetti, se si osservano i valori numerici sopraelencati ci si accorge che ciascun valore è dato dalla somma dei due valori immediatamente ad esso precedenti.

I generici termini $U(k)$ e $V(k)$ sono chiamati rispettivamente numeri di Fibonacci e numeri di Lucas.

È noto che gli intervalli tra gli zeri della funzione zeta di Riemann sono basati sull'infinito insieme di numeri primi di forma $P = 6n \pm 1$ (tranne il 2 ed il 3), dove n è la serie dei numeri naturali. I numeri primi "naturali" sono, invece, quel sottoinsieme (anch'esso infinito) di numeri primi di forma $P_n = 6f \pm 1$ dove f è la serie dei numeri di Fibonacci.

Applichiamo la formula $6n \pm 1$ (o $6f \pm 1$) ed al posto di n (o f) poniamo un numero della serie di Lucas. Avremo, prendendo per esempio i numeri 18, 29, 47 e 76:

$$\begin{aligned} 6 \times 18 \pm 1 &= 108 \pm 1 = 107, 109 & 6 \times 29 \pm 1 &= 174 \pm 1 = 173, 175 \\ 6 \times 47 \pm 1 &= 282 \pm 1 = 281, 283 & 6 \times 76 \pm 1 &= 456 \pm 1 = 455, 457. \end{aligned}$$

Notiamo che 107, 109, 173, 281, 283 e 457 sono numeri primi. Evidenziamo, inoltre, che il rapporto tra due numeri di Lucas si avvicina sempre di più a 1,6180339. Difatti, ad esempio, il rapporto tra i numeri 76 e 47 è: $76/47 = 1,617021277$ un numero molto vicino al rapporto aureo prima citato.

Esiste quindi una evidente e forte connessione matematica tra i numeri di Fibonacci, i numeri di Lucas ed i numeri primi evidenziabile utilizzando le formule $6n \pm 1$, $6f \pm 1$.

3. Sugli elementi uniti delle trasformazioni funzionali e sugli ovaloidi a sezione aurea di metrica assegnata. [2]

Consideriamo uno spazio funzionale Σ , *metrico*, cioè in cui sia definita la *distanza* fra due elementi (punti) qualunque, e *lineare*, o *vettoriale*, cioè composto di elementi per cui siano definite somma, moltiplicazione per una costante, etc... Supposto che la distanza di un punto di Σ da un'origine fissata possa assumere valori arbitrariamente grandi, diremo che quel punto tende all'infinito quando tale distanza cresce oltre ogni limite. Sia S una trasformazione dello spazio Σ in sé stesso, univoca, cioè che faccia corrispondere ad ogni punto φ di Σ un ben determinato punto $S[\varphi]$; la supporremo oltre che continua nel senso ordinario (subordinatamente alla data definizione di distanza) anche *completamente continua*. Si intende con questo che S converte ogni insieme limitato di Σ in un insieme *compatto*, cioè tale che da ogni sua porzione si possa estrarre una successione convergente. Ci proponiamo di trovare una condizione sufficiente per l'esistenza e l'unicità di un punto unito della trasformazione S , cioè di una soluzione dell'equazione funzionale

$$\varphi = S[\varphi]. \quad (3.1)$$

Consideriamo a tale scopo la seguente trasformazione T fra due spazi sovrapposti Σ e Σ' :

$$\psi = T[\varphi] = \varphi - S[\varphi]. \quad (3.2)$$

Se questa trasformazione è univocamente invertibile, se cioè associa ad ogni punto ψ di Σ' un unico punto φ di Σ , la (3.1) ammetterà un'unica soluzione, che sarà il punto corrispondente nella T^{-1} allo *zero* di Σ' .

Per assicurare l'invertibilità di T è necessario fare le due seguenti ipotesi:

- 1) T è *localmente* invertibile, cioè se la (3.2) fa corrispondere ψ_0 a φ_0 , esiste un intorno di ψ_0 ogni punto del quale è il corrispondente di un ben determinato punto variabile con continuità in un intorno di φ_0 ;
- 2) Al tendere di φ all'infinito, anche ψ tende all'infinito.

Esprimendo concisamente la condizione (2) con il dire che T trasforma l'infinito di Σ nell'infinito di Σ' , è possibile enunciare il seguente Teorema fondamentale:

Teorema 1

Se la trasformazione è completamente continua, e la (3.2) è localmente invertibile e trasforma l'infinito nell'infinito, l'equazione funzionale (1) ammette un'unica soluzione.

Le modalità dell'applicazione di tale teorema saranno messe bene in evidenza dal seguente esempio. Consideriamo l'equazione integrale non lineare

$$\varphi(x) + \int_a^b K(x, y) f(y, \varphi(y)) dy = g(x), \quad (3.3)$$

dove il *nucleo* $K(x, y)$ è continuo, simmetrico e definito positivo, e le funzioni $f(y, u)$ e $g(x)$ sono continue, la prima, inoltre, ha la derivata parziale f_u continua e non negativa ed è quindi non decrescente in u . La trasformata $S[\varphi]$ è in questo caso

$$g(x) - \int_a^b K(x, y) f(y, \varphi(y)) dy,$$

e la (3.2) diventa

$$\psi(x) = T[\varphi(x)] = \varphi(x) + \int_a^b K(x, y) f(y, \varphi(y)) dy - g(x). \quad (3.4)$$

Differenziando si ottiene

$$\delta\psi(x) = \delta\varphi(x) + \int_a^b K(x, y) f_u(y, \varphi(y)) \delta\varphi(y) dy,$$

e quest'equazione integrale lineare in $\delta\varphi$ è risolubile, essendo il suo nucleo il prodotto di un nucleo simmetrico definito positivo per una funzione non negativa della sola y . Pertanto la trasformazione T è localmente invertibile.

Moltiplicando la (3.4) per $f(x, \varphi(x)) dx$ ed integrando si ottiene, posto per brevità $f(x, \varphi(x)) = F(x)$, la relazione

$$\int_a^b [\psi(x) + g(x)] F(x) dx - \int_a^b \varphi(x) F(x) dx = \int_a^b \int_a^b K(x, y) F(x) F(y) dx dy. \quad (3.5)$$

Il risultato che abbiamo appena evidenziato, sussiste qualunque sia il numero delle variabili indipendenti. Si potrebbe anche trattare il caso che K fosse una funzione di Green, relativa ad un campo a più dimensioni. Ricordiamo, a tale proposito, che la formula di Gauss-Green è del tipo:

$$\int_F v \times n d\sigma = \int_D \text{div } v d\omega. \quad (3.6)$$

Riprendiamo adesso l'equazione (3.3) per dimostrare un ulteriore teorema di esistenza ed unicità. Si definisca λ come il minimo autovalore del nucleo $K(x, y)$ e si supponga che sia sempre

$$|f_u(x, y)| \leq \alpha < \lambda. \quad (3.7)$$

Dimostreremo che in questa ipotesi la (3.3) ammette un'unica soluzione. L'equazione integrale lineare ottenuta differenziando la (3.4) è

$$\delta\psi(x) = \delta\varphi(x) + \int_a^b K(x, y) \omega(y) \delta\varphi(y) dy, \quad (3.8)$$

con $|\omega(y)| = |f_u(y, \varphi(y))| \leq \alpha < \lambda$, ed è risolubile rispetto a $\delta\varphi$.

Per verificare le condizioni sugli infiniti, definiremo lo scarto di φ dallo zero mediante l'espressione $\int_a^b \varphi^2(x) dx$. Indichiamo questa con M, e con $\varphi_1(x)$ la funzione normalizzata $\frac{1}{\sqrt{M}} \varphi(x)$.

Supponiamo, per semplificare $f(x,0) = 0$; si potrà scrivere allora, indicando con $\omega(y)$ una funzione in valore assoluto non superiore ad 1,

$$f(y, \varphi(y)) = \alpha \omega(y) \varphi(y). \quad (3.9)$$

Moltiplichiamo la (3.4) per $\frac{1}{M} \varphi(x) dx$, ed integriamo rispetto ad x :

$$\frac{1}{\sqrt{M}} \int_a^b \psi(x) \varphi_1(x) dx = 1 + \alpha \int_a^b \int_a^b K(x, y) \varphi_1(x) \omega(y) \varphi_1(y) dx dy. \quad (3.10)$$

Dalla nota proprietà di minimo degli autovalori si deduce che l'integrale doppio al secondo membro di questa uguaglianza non supera in valore assoluto $\frac{1}{\lambda}$. Infatti, posto $\varphi_2 = \alpha \varphi_1$, si ha:

$$2 \left| \int_a^b \int_a^b K(x, y) \varphi_1(x) \omega(y) \varphi_1(y) dx dy \right| \leq \int_a^b \int_a^b K(x, y) \varphi_1(x) \varphi_1(y) dx dy + \int_a^b \int_a^b K(x, y) \varphi_2(x) \varphi_2(y) dx dy, \quad (3.11)$$

con $\int_a^b \varphi_2^2(x) dx \leq \int_a^b \varphi_1^2(x) dx = 1$, e quindi

$$2 \left| \int_a^b \int_a^b K(x, y) \varphi_1(x) \omega(y) \varphi_1(y) dx dy \right| \leq \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda}. \quad (3.12)$$

Per cui, avremo:

$$\frac{1}{\sqrt{M}} \int_a^b \psi(x) \varphi_1(x) dx \geq 1 - \frac{\alpha}{\lambda}. \quad (3.13)$$

Per questo segue, poiché il primo membro della disuguaglianza non supera $\frac{1}{\sqrt{M}} \left[\int_a^b \psi^2(x) dx \right]^{\frac{1}{2}}$, che

ψ non può restare limitata quando M tende all'infinito. Ed il nostro assunto è così dimostrato.

Le ipotesi che assicurano la completa invertibilità della trasformazione T sono tre: (1) l'invertibilità locale di T, (2) la completa continuità di S, e (3) la condizione sugli infiniti. Le ultime due permettono di asserire che l'insieme dei punti di Σ' corrispondenti a qualche punto di Σ contiene l'eventuale punto frontiera ψ_0 ; e possono essere sostituite dall'unica ipotesi che è *compatta ogni successione di punti di Σ cui corrisponda in Σ' una successione convergente*.

Il teorema può porsi anche sotto la seguente forma generale:

Se la trasformazione (3.2) è localmente invertibile ed inoltre non trasforma in successioni convergenti che successioni compatte, essa è completamente invertibile, e l'equazione (3.1) ammette conseguentemente un'unica soluzione.

Inoltre è possibile enunciare il seguente teorema:

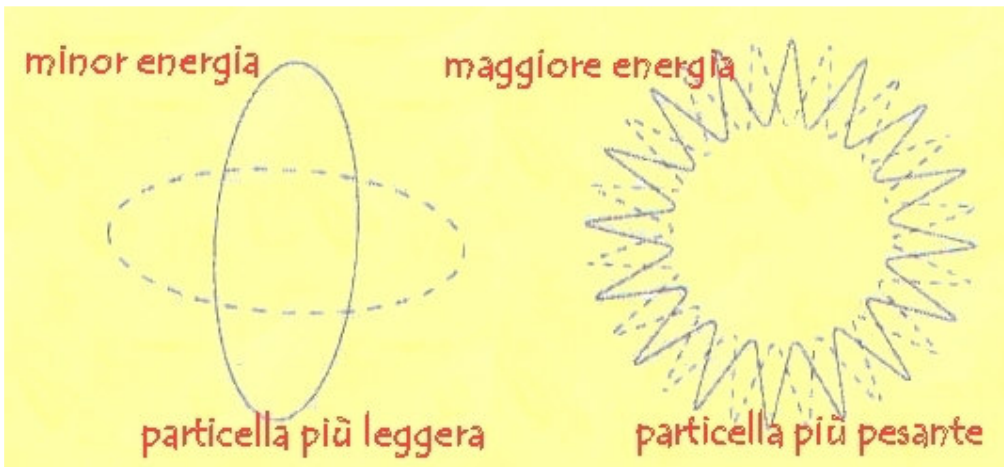
L'equazione funzionale $\varphi = S[\varphi]$ ammette certamente una soluzione se la trasformazione S converte tutto lo spazio in un insieme compatto. Questa soluzione è poi unica quando, S risultando differenziabile secondo la formula

$$\delta S[\varphi] = \int N_\varphi(x, y) \delta\varphi(y) dy, \quad (3.14)$$

l'unità non è mai un autovalore del nucleo N_φ .

È questo, per esempio, il caso dell'equazione (3.3), dove si supponga $K(x, y)$ di quadrato sommabile, $f(x, u)$ limitata ed f_u non negativa; Σ essendo allora lo spazio hilbertiano.

Diamo ora una soluzione rigorosa e generale del problema dell'esistenza di una superficie chiusa convessa di assegnata metrica, cioè della "realizzazione" nello spazio ordinario di una superficie chiusa convessa "astratta".



Chiameremo **ovaloide a sezione aurea**, una superficie S dello spazio ordinario, chiusa, convessa ed a curvatura totale positiva che assegneremo dando le coordinate dei suoi punti come funzioni $x(O), y(O), z(O)$ del punto O che corre sopra uno **sferoide** stabilito (**l'Universo di Einstein, finito tuttavia illimitato**). Se queste funzioni sono regolari di ordine n , cioè dotate di derivate n^{me} continue rispetto ai parametri u e v di ogni rappresentazione piana di una porzione dello sferoide, e le derivate prime verificano la disuguaglianza

$$\left\| \begin{array}{ccc} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{array} \right\|^2 > 0,$$

diremo brevemente che S è regolare di ordine n . Se, inoltre, dette derivate n^{me} verificano una condizione di Holder con esponente δ , diremo che le funzioni x, y, z e l'ovaloide S sono regolari di ordine $n + \delta$. Per le tre forme quadratiche differenziali fondamentali di S , adotteremo le notazioni

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2, \quad Ddu^2 + 2D'dudv + D''dv^2, \quad edu^2 + 2fdudv + gdv^2; \quad (3.15)$$

indicheremo con x, y, z i coseni direttori della normale, con K la curvatura totale (gaussiana) e con H la curvatura media (somma delle curvature principali, assunte positive). Diremo, infine, che il ds^2 è regolare di ordine n o $n + \delta$ se i suoi coefficienti E, F, G sono regolari di ordine n o $n + \delta$. Indicheremo con $\Sigma_{n+\delta}$ lo spazio funzionale costituito da tutti gli ovaloidi a sezione aurea regolari di ordine $n + \delta$, definiti e riferiti allo sferoide in forma indipendentemente dalla loro posizione nello spazio, in maniera tale da riguardare come identici due ovaloidi riferiti allo sferoide in modo da indurre fra di loro un'eguaglianza.

Indicheremo, poi, con $\Sigma'_{n+\delta}$ lo spazio delle forme differenziali quadratiche definite positive

$$d\sigma^2 = a_{11}du^2 + 2a_{12}dudv + a_{22}dv^2, \quad (3.16)$$

regolari di ordine $n + \delta$ su tutto lo sferoide, e a curvatura positiva. Consideriamo insieme a $d\sigma^2$ un'altra forma analoga

$$d\bar{\sigma}^2 = d\sigma^2 + \Delta d\sigma^2 = (a_{11} + \Delta a_{11})du^2 + 2(a_{12} + \Delta a_{12})dudv + (a_{22} + \Delta a_{22})dv^2, \quad (3.17)$$

e rispetto alle coordinate fissate in A, B prendiamo il massimo fra i coefficienti di Holder delle derivate n^{me} di $\Delta a_{11}, \Delta a_{12}, \Delta a_{22}$, e fra i numeri $\max|\Delta a_{11}|, \max|\Delta a_{12}|, \max|\Delta a_{22}|$. Definiremo questo massimo come distanza di $d\sigma^2$ e $d\bar{\sigma}^2$. La relazione

$$d\bar{\sigma}^2 = a_{11}du^2 + 2a_{12}dudv + a_{22}dv^2 = ds^2, \quad (3.18)$$

definisce fra gli spazi $\Sigma_{n+\delta}$ e $\Sigma'_{n+\delta}$ una trasformazione T manifestamente differenziabile con continuità. Il nostro scopo è, infatti, quello di invertire T , risalendo così da un ovaloide a sezione aurea astratto all'ovaloide a sezione aurea che lo realizza nello spazio ordinario.

La teoria generale dell'inversione delle corrispondenze funzionali, precedentemente descritta con alcuni notevoli esempi, ci dice che T si potrà invertire localmente sempre che sia invertibile la trasformazione lineare ottenuta differenziandola. È importante affermare che l'inversione della trasformazione differenziabile si può ricollegare all'integrazione di un'equazione a derivate parziali, trovata dal matematico Weyl, che generalizza l'equazione di Weingarten delle flessioni infinitesime di una superficie.

Per una deformazione infinitesima della superficie S le funzioni $x(u, v), y(u, v), z(u, v)$ subiscono le variazioni $\xi(u, v), \eta(u, v), \zeta(u, v)$, e la prima forma fondamentale la variazione

$$\alpha du^2 + 2\beta dudv + \gamma dv^2. \quad (3.19)$$

Introduciamo con Weingarten la funzione caratteristica

$$\varphi = \frac{1}{2\sqrt{EG-F^2}} \sum \left(\frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial \xi}{\partial v} - \frac{\partial x}{\partial v} \frac{\partial \xi}{\partial u} \right),$$

la cui somma deve essere estesa ai termini analoghi in y e z , η e ζ , e poniamo

$$\begin{aligned} \sqrt{EG-E^2}c_1 &= \frac{\partial \alpha}{\partial v} - \frac{\partial \beta}{\partial u} - \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 1 \end{matrix} \right\} \alpha + \left[\left\{ \begin{matrix} 11 \\ 1 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 2 \end{matrix} \right\} \right] \beta + \left\{ \begin{matrix} 11 \\ 2 \end{matrix} \right\} \gamma; \\ \sqrt{EG-F^2}c_2 &= -\frac{\partial \gamma}{\partial u} + \frac{\partial \beta}{\partial v} - \left\{ \begin{matrix} 22 \\ 1 \end{matrix} \right\} \alpha + \left[\left\{ \begin{matrix} 12 \\ 1 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 22 \\ 2 \end{matrix} \right\} \right] \beta + \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 2 \end{matrix} \right\} \gamma, \end{aligned} \quad (3.20)$$

dove i simboli di Christoffel sono calcolati per la prima forma fondamentale. Ora, c_i può dirsi il *covariante* di Mainardi-Codazzi della prima forma fondamentale e della forma (3.19), essendo le equazioni $c_i = 0$ quelle di Mainardi-Codazzi relative a ds^2 e alla (3.19).

Allora φ , funzione del punto corrente sullo sferoide, verifica l'equazione a derivate parziali del secondo ordine caratteristica

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{EG-F^2}} \left[\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{D'' \frac{\partial \varphi}{\partial u} - D' \frac{\partial \varphi}{\partial v}}{K\sqrt{EG-F^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{D \frac{\partial \varphi}{\partial v} - D' \frac{\partial \varphi}{\partial u}}{K\sqrt{EG-F^2}} \right) \right] + H\varphi = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{EG-F^2}} \left[\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{D''c_1 - D'c_2}{K\sqrt{EG-F^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{Dc_2 - D'c_1}{K\sqrt{EG-F^2}} \right) \right] + \frac{1}{2(EG-F)^{3/2}} \cdot \\ & \cdot [(GD' - FD'')\alpha + (ED'' - GD)\beta + (FD - ED')\gamma]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

L'equazione omogenea associata

$$\frac{1}{\sqrt{EG-F^2}} \left[\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{D'' \frac{\partial \varphi}{\partial u} - D' \frac{\partial \varphi}{\partial v}}{K\sqrt{EG-F^2}} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{D \frac{\partial \varphi}{\partial v} - D' \frac{\partial \varphi}{\partial u}}{K\sqrt{EG-F^2}} \right) \right] + H\varphi = 0 \quad (3.22)$$

è l'equazione caratteristica delle flessioni infinitesime.

Posto

$$M = F \frac{\partial x}{\partial u} - E \frac{\partial x}{\partial v}, \quad N = G \frac{\partial x}{\partial u} - F \frac{\partial x}{\partial v},$$

le derivate prime di ξ si esprimono come segue, cioè mediante φ e le sue derivate prime

$$\frac{\partial \xi}{\partial u} = \frac{-D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{1}{2} c_2 \right) + D' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} - \frac{1}{2} c_1 \right)}{K\sqrt{EG-F^2}} X + \frac{M\varphi}{\sqrt{EG-F^2}} + \frac{N\alpha - M\beta}{2(EG-F^2)};$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial v} = \frac{D''\left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} - \frac{1}{2}c_1\right) - D'\left(\frac{\partial \varphi}{\partial v} - \frac{1}{2}c_2\right)}{K\sqrt{EG-F^2}} X + \frac{N\varphi}{\sqrt{EG-F^2}} + \frac{N\beta - M\gamma}{2(EG-F^2)}. \quad (3.23)$$

Avendo l'ovaloide a sezione aurea S ovunque curvatura totale positiva, l'equazione (3.21) risulta di tipo ellittico su tutta lo sferoide, e moltiplicata per $\sqrt{EG-F^2}$ assume la forma

$$L[\varphi] = \Omega, \quad (3.24)$$

dove il primo membro è auto-aggiunto, e nel passaggio dalle coordinate u, v alle altre u', v' il secondo membro si moltiplica per lo jacobiano $\frac{\partial(u, v)}{\partial(u', v')}$. Le condizioni di risolubilità della (3.24) si riassumono nella relazione integrale

$$\iint \Omega \psi dudv = 0 \quad (3.25)$$

da verificarsi per tutte le autosoluzioni ψ dell'equazione omogenea associata (3.22); andando estesa l'integrazione a tutta lo sferoide.

Ora la (3.22) non ammette che tre soluzioni linearmente indipendenti, e propriamente X, Y, Z : è questo il fenomeno della *rigidità degli ovaloidi*. Le condizioni di integrabilità della (3.24) saranno pertanto

$$\iint \Omega X dudv = \iint \Omega Y dudv = \iint \Omega Z dudv = 0. \quad (3.26)$$

Si verifica che queste condizioni sono soddisfatte quale che sia la forma (3.19) i cui coefficienti si introducono a secondo membro della (3.21): per esempio il primo integrale eliminate, tramite integrazioni per parti, prima le derivate delle combinazioni lineari di c_1 e c_2 , e poi le derivate di α, β, γ che figurano nelle espressioni (3.20) di c_1 e c_2 , diventa

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \iint \left[-\alpha \frac{\partial}{\partial v} \frac{N}{EG-F^2} + \beta \left(\frac{\partial}{\partial u} \frac{N}{EG-F^2} + \frac{\partial}{\partial v} \frac{M}{EG-F^2} \right) - \gamma \frac{\partial}{\partial u} \frac{M}{EG-F^2} + \right. \\ & \left. + \left(M \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} - N \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + (GD' - FD'')X \right) \frac{\alpha}{EG-F^2} + \left(M \left(\begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \right) + N \left(\begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \right) + (ED' - GD)X \right) \right. \\ & \left. \frac{\beta}{EG-F^2} + \left(N \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} - M \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + (FD - ED')X \right) \frac{\gamma}{EG-F^2} \right] dudv; \quad (3.27) \end{aligned}$$

calcolando le derivate accennate, e sostituendo poi alle derivate seconde di x le loro espressioni

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} = \begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} + \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial v} + DX, \quad \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} + \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial v} + D'X$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} = \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} + \begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial v} + D''X \quad (3.28)$$

si trova che l'integrando è identicamente nullo in $\alpha, \beta, \gamma, \frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial x}{\partial v}, X$.

Adesso vogliamo limitarci a considerare la trasformazione T solo in quanto operante sulla varietà $V_{n+\delta}$ di $\Sigma_{n+\delta}$ costituita dagli ovaloidi a sezione aurea rappresentati conformemente sullo sferoide. Il ds^2 di ognuno di questi risulta regolare, non solo di ordine $n-1+\delta$, ma anche di ordine $n+\delta$: invero, proiettando stereograficamente una porzione dello sferoide sul piano uv , si ha $E = G = \lambda$, $F = 0$, e la curvatura totale è data dalla formula

$$K = -\frac{1}{2\lambda} \left(\frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \log \lambda}{\partial v^2} \right), \quad (3.29)$$

che fornisce per λ un'equazione ellittica a derivate parziali, in cui il coefficiente K è regolare di ordine $n-2+\delta$. Pertanto λ deve avere derivate n^{me} holderiane.

T fa dunque corrispondere a $V_{n+\delta}$ la varietà $V'_{n+\delta}$ dei $d\sigma^2$ di $\Sigma'_{n+\delta}$ proporzionali al quadrato $d\sigma_0^2$ dell'elemento lineare dello sferoide:

$$d\sigma^2 = \rho(O) d\sigma_0^2, \quad (3.30)$$

cioè relativi ad *ovaloidi a sezione aurea astratti rappresentati conformemente nello sferoide*. $V'_{n+\delta}$ contiene $d\sigma_0^2$ ed è connessa come è indicato dalla seguente disuguaglianza, caratterizzante le funzioni $\rho(O)$ relative a forme a curvatura positiva:

$$\Delta_2 \log \rho < 2, \quad (3.31)$$

dove Δ_2 è preso sullo sferoide supposto di raggio 1.

Basta quindi dimostrare che è biunivoca la corrispondenza T fra $V_{n+\delta}$ e $V'_{n+\delta}$ per poter concludere che ad ogni $d\sigma^2$ di $\Sigma'_{n+\delta}$ corrisponde un unico ovaloide a sezione aurea di $\Sigma_{n+\delta}$.

Così, T diviene una corrispondenza fra due spazi lineari metrici $V''_{n+\delta}$ e $V'_{n+\delta}$, verificante le condizioni che permettono l'applicazione del criterio di invertibilità locale. L'equazione che viene considerata per decidere di tale invertibilità, si ottiene dalla (3.21) ponendovi $E = G = \lambda$, $F = 0$, $a = \gamma = 2\lambda\mu$, $\beta = 0$:

$$\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{D'' \frac{\partial \varphi}{\partial u} - D' \frac{\partial \varphi}{\partial v}}{K\lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{D \frac{\partial \varphi}{\partial v} - D' \frac{\partial \varphi}{\partial v}}{K\lambda} \right) + \lambda H \varphi = \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{D'' \frac{\partial \mu}{\partial v} + D' \frac{\partial \mu}{\partial u}}{K\lambda} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{D \frac{\partial \mu}{\partial u} + D' \frac{\partial \mu}{\partial v}}{K\lambda} \right); \quad (3.32)$$

invero, ricavate dalla (3.23), che divengono

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial u} &= \frac{-D \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial \mu}{\partial u} \right) + D' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} - \frac{\partial \mu}{\partial v} \right)}{K\lambda} X - \frac{\partial x}{\partial v} \varphi + \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial x}{\partial u}; \\ \frac{\partial \xi}{\partial v} &= \frac{D'' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u} - \frac{\partial \mu}{\partial v} \right) - D' \left(\frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\partial \mu}{\partial u} \right)}{K\lambda} X + \frac{\partial x}{\partial u} \varphi + \frac{1}{2\lambda} \frac{\partial x}{\partial v}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Infine, ricordiamo le (3.28), che per $E = G = \lambda$, $F = 0$ diventano

$$\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} = \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial u} - \frac{\partial \lambda}{\partial v} \frac{\partial x}{\partial v} \right) + DX; \quad \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} = \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial v} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial \lambda}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} \right) + D'X;$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v^2} = \frac{1}{2\lambda} \left(-\frac{\partial \lambda}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial \lambda}{\partial v} \frac{\partial x}{\partial v} \right) + D''X. \quad (3.34)$$

Da quanto finora detto, possiamo dire che la trasformata T di $V_{n+\delta}$ in $V'_{n+\delta}$ è localmente invertibile ed inoltre che una successione di ovaloidi a sezione aurea di $V_{n+\delta}$ trasformata da T in una successione convergente di $d\sigma^2$ è compatta sempre che le derivate seconde delle relative funzioni $x(u,v)$, $y(u,v)$, $z(u,v)$ risultino equilimitate.

È quindi possibile concludere che T converte in insiemi compatti esclusivamente insiemi compatti.

In definitiva, avremo che la T è localmente invertibile, trasforma in insiemi compatti di $V'_{n+\delta}$ soltanto insiemi compatti di $V_{n+\delta}$, ed inoltre esiste un punto di $V'_{n+\delta}$, il quadrato dell'elemento lineare dello sferoide, che corrisponde ad un unico punto di $V_{n+\delta}$. Per poter concludere che T è univocamente invertibile, basta allora soltanto tener presente che $V'_{n+\delta}$ è connessa. È possibile, quindi, enunciare il seguente risultato generale:

Ad ogni forma quadrata differenziale definita positiva assegnata sullo sferoide, sufficientemente regolare (precisamente, regolare di ordine > 4) ed a curvatura positiva, corrisponde un ovaloide a sezione aurea dello spazio ordinario, unico a prescindere dalla sua posizione, che l'ammette come quadrato dell'insieme lineare.

Ricordando che un insieme compatto è quell'insieme da ogni porzione del quale (contenente infiniti punti, nel nostro caso infinite stringhe) è possibile estrarre una successione convergente, e che tale nozione è caratteristica degli spazi ad n (anche infinite) dimensioni, allora diviene possibile correlare lo spazio ad n dimensioni al bulk multidimensionale e gli infiniti punti alle infinite stringhe (a forma di ovaloide a sezione aurea) in esso contenute.

Abbiamo anche detto che la varietà $V_{n+\delta}$ di $\Sigma_{n+\delta}$ è costituita dagli ovaloidi a sezione aurea rappresentati conformemente sulla sfera e che T fa corrispondere a $V_{n+\delta}$ la varietà $V'_{n+\delta}$ dei $d\sigma^2$ di $\Sigma'_{n+\delta}$ relativi ad ovaloidi a sezione aurea astratti rappresentati conformemente nello sferoide.

È possibile, in termini di cosmologia di stringa, correlare le varietà $V_{n+\delta}$ e $V'_{n+\delta}$ ad una coppia di D3-brane, lo sferoide al bulk multidimensionale, e le stringhe chiuse, il cui modo di vibrazione origina i gravitoni, ad ovaloidi a sezione aurea.

È interessante evidenziare che l'equazione (3.27), che è connessa all'ovaloide a sezione aurea, quindi ad una stringa chiusa a forma di ovaloide a sezione aurea, è correlabile anche al Modello Palumbo-Nardelli, che lega le stringhe fermioniche e quelle bosoniche e quindi tutti i processi elementari che governano i sistemi dell'universo, la cui relazione è:

$$\begin{aligned} & - \int d^{26}x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} \text{Tr}(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] = \\ & = \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} \text{Tr}_v(|F_2|^2) \right], \quad (3.35) \end{aligned}$$

ed in cui il membro di destra rappresenta l'azione di superstringa eterotica, in cui sono considerate stringhe chiuse.

Avremo, quindi, la seguente connessione:

$$\begin{aligned}
& - \int d^{26}x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} \text{Tr}(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] = \\
& = \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} \text{Tr}_v(|F_2|^2) \right] \Rightarrow \\
& \frac{1}{2} \iint \left[-\alpha \frac{\partial}{\partial v} \frac{N}{EG-F^2} + \beta \left(\frac{\partial}{\partial u} \frac{N}{EG-F^2} + \frac{\partial}{\partial v} \frac{M}{EG-F^2} \right) - \gamma \frac{\partial}{\partial u} \frac{M}{EG-F^2} + \right. \\
& \left. + \left(M \begin{Bmatrix} 22 \\ 1 \end{Bmatrix} - N \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + (GD' - FD')X \right) \frac{\alpha}{EG-F^2} + \left(M \left(\begin{Bmatrix} 22 \\ 2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \right) + N \left(\begin{Bmatrix} 11 \\ 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \right) + (ED' - GD)X \right) \right. \\
& \left. \frac{\beta}{EG-F^2} + \left(N \begin{Bmatrix} 11 \\ 2 \end{Bmatrix} - M \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} + (FD - ED')X \right) \frac{\gamma}{EG-F^2} \right] dudv. \quad (3.36)
\end{aligned}$$

4. Sulle brane di Dirichlet, in particolare sulle D3-brane. [3]

Le teorie di stringa, eredi di quella di Kaluza-Klein, ambiscono a descrivere l'insieme delle interazioni fisiche, compresa la gravità. La loro prima innovazione consiste nel considerare non più lo spazio-tempo a quattro dimensioni ma un volume multidimensionale (bulk) descritto da una varietà a $D = 4+d$ dimensioni. Quattro di queste rappresentano il nostro spazio-tempo, che risulta quindi contenuto nel volume multidimensionale. Si tratta di una generalizzazione della teoria di Kaluza-Klein che postulava un iperspazio a cinque dimensioni ($d = 1$), in cui l'unica dimensione supplementare era arrotolata su se stessa, compattificata in una circonferenza di lunghezza L_{extra} . Nella fisica ordinaria, l'evoluzione temporale di una particella (di dimensione nulla) disegna nello spazio-tempo la sua "linea d'universo" ad una dimensione. Ma l'evoluzione di una stringa disegna, nell'iperspazio, una superficie di universo S bidimensionale: le "storie-linee" sono sostituite da "storie-superfici" ed una stringa chiusa disegna un oggetto geometrico (un anello, cioè una curva chiusa) di forma ovaloide. Sono cinque i tipi di teoria delle superstringhe: Il tipo I che contempla stringhe aperte o chiuse, ed i tipi IIA, IIB, eterotiche $E_8 \times E_8$ ed $SO(32)$ tutte che contemplano solo stringhe chiuse.

Alcune versioni delle teorie di stringa ipotizzano che l'universo sia in realtà un "mondo di brane". Le stringhe evolvono nell'iperspazio a D dimensioni (dieci nella maggior parte dei casi), una delle quali rappresenta il tempo. Le estremità delle stringhe aperte sarebbero tuttavia confinate a particolari regioni limitate dell'iperspazio, delle specie di membrane immerse nella varietà. Le D-brane, cioè le membrane di Dirichlet, o più semplicemente brane, sono dunque delle varietà di dimensione inferiore a D , delle ipersuperfici che rappresentano il luogo geometrico su cui si possono muovere le estremità delle stringhe aperte. Si tratta di oggetti dall'aspetto piuttosto tecnico, che potrebbero tuttavia avere un ruolo importante in fisica teorica ed in cosmologia.

Ci sono le 0-brane (puntiformi), le 1-brane (filiformi), le 2-brane (superfici) e così via. Nei lavori più recenti si parla soprattutto di 3-brane, la cui evoluzione temporale disegna una varietà tetradimensionale che si identifica con il nostro universo.

Secondo alcune versioni della teoria delle brane, solo una parte dell'iperspazio a D dimensioni ci sarebbe accessibile, e cioè una 3-brana che coinciderebbe con il nostro spazio tridimensionale.

Soltanto la gravità sarebbe in grado di propagarsi anche all'esterno della 3-brana. Essa sarebbe in pratica rappresentata da stringhe chiuse (a forma di ovaloidi a sezione aurea), che avrebbero accesso a tutto il "bulk", cioè a tutto il volume multidimensionale. Le particelle (la materia) e le interazioni, sarebbero rappresentate dagli estremi delle stringhe aperte, vincolate per definizione a rimanere sulla brana. Tale "confinamento" identificherebbe la brana con il nostro mondo.

Adesso, mostriamo che le azioni delle super Dp-brane duali sono costruite effettuando una trasformazione di dualità del volume d'universo del campo di gauge U(1). Si mostra, quindi, che le risultanti azioni del volume d'universo, che contengono un campo di gauge (p - 2)-forma, hanno le proprietà attese. Precisamente, la D3-brana si trasforma in un modo che può essere compreso sulla base della dualità SL(2, Z) della teoria di superstringa di tipo IIB. Invece di considerare super D-brane in un background piatto, includiamo una costante di dilatore e dei backgrounds di assione per le D-brane di tipo IIB.

La D3-brana sarà auto-duale, cioè invariante sotto una trasformazione SL(2, Z). È possibile estendere l'argomento all'azione di un D3-brana supersimmetrica.

Consideriamo prima la D3-brana con $e^{-\phi} = 1$. L'azione della D3-brana è

$$S = -\int d^4\sigma \sqrt{-\det(G_{\mu\nu} + f_{\mu\nu})} + \int \left(C_4 + C_2 \wedge f + \frac{1}{2} C_0 F \wedge F \right), \quad (4.1)$$

dove C_4 e C_2 sono determinate dalla condizione

$$d(C_4 + C_2 \wedge f) = \frac{1}{6} d\bar{\theta} \tau_3 \tau_1 \psi^3 d\theta + d\bar{\theta} \tau_1 f \psi d\theta. \quad (4.2)$$

Questa condizione fornisce la seguente utile identità

$$dC_4 + C_2 \wedge df = dC_4 - C_2 \wedge db_2 = \frac{1}{6} d\bar{\theta} \tau_3 \tau_1 \psi^3 d\theta. \quad (4.3)$$

Il termine C_0 nell'equazione (4.1) è un termine di derivata totale (o termine di contorno) che può essere sommato all'azione senza cambiare le equazioni classiche del moto.

Introducendo un moltiplicatore di Lagrange e riscrivendo il termine di contorno nei termini di f invece di F , l'azione diviene

$$S' = \int d^4\sigma \left(-\sqrt{-\det(G_{\mu\nu} + f_{\mu\nu})} + \frac{1}{2} \tilde{H}^{\mu\nu} (F_{\mu\nu} - 2\partial_\mu A_\nu) \right) + \int \left(C_4 + \frac{1}{2} C_0 b_2 \wedge b_2 + (C_2 + b_2 C_0) \wedge f + \frac{1}{2} C_0 f \wedge f \right). \quad (4.4)$$

L'equazione del moto A_ν è risolta da $\tilde{H}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\lambda\sigma} \partial_\lambda B_\sigma$. La trasformazione di dualità è simile al caso bosonico e si ottiene

$$S_D = -\int d^4\sigma \sqrt{-\det \left(G_{\mu\nu} + \frac{1}{\sqrt{1+C_0^2}} (\tilde{F}_{\mu\nu} + C_{\mu\nu} + C_0 b_{\mu\nu}) \right)} + \int \Omega_D, \quad (4.5)$$

dove $\tilde{F} = dB$ e Ω_D è dato da

$$\Omega_D = C_4 - b_2 \wedge C_2 - \frac{1}{2} C_0 b_2 \wedge b_2 + b_2 \wedge (\tilde{F} + C_2 + C_0 b_2) - \frac{C_0}{2(1+C_0^2)} (\tilde{F} + C_2 + C_0 b_2) \wedge (\tilde{F} + C_2 + C_0 b_2). \quad (4.6)$$

Per provare che Ω_D ha la stessa forma di Ω , applichiamo la seguente rotazione delle matrici di Pauli:

$$\tau'_1 \equiv -(\tau_3 + C_0 \tau_1) / \sqrt{1 + C_0^2}; \quad \tau'_3 \equiv (\tau_1 - C_0 \tau_3) / \sqrt{1 + C_0^2}. \quad (4.7)$$

Allora

$$\frac{1}{\sqrt{1 + C_0^2}} (\tilde{F} + C_2 + C_0 b_2) = \tilde{F}' - b'_2 = \tilde{f}', \quad (4.8)$$

dove $\tilde{F}' = \tilde{F} / \sqrt{1 + C_0^2}$. Dall'equazione (4.6)

$$d\Omega_D = dC_4 - C_2 \wedge db_2 - b_2 \wedge (dC_2 + C_0 db_2 - \sqrt{1 + C_0^2} d\tilde{f}') + (\sqrt{1 + C_0^2} db_2 - C_0 d\tilde{f}') \wedge \tilde{f}'. \quad (4.9)$$

Usando le equazioni (4.7) si nota che il primo fattore tra parentesi dell'equazione di sopra si annulla, mentre il secondo fornisce $d\bar{\theta} \tau'_1 \psi d\theta$. Usando l'equazione (4.3) ed il fatto che $\tau_3 \tau_1 = \tau'_3 \tau'_1$, otteniamo finalmente

$$d\Omega_D = \frac{1}{6} d\bar{\theta} \tau'_3 \tau'_1 \psi^3 d\theta + d\bar{\theta} \tau'_1 \psi d\theta \wedge \tilde{f}', \quad (4.10)$$

che corrisponde all'equazione (4.2). Quindi l'azione duale può essere riscritta come

$$S_D = -\int d^4 \sigma \sqrt{-\det(G_{\mu\nu} + \tilde{f}_{\mu\nu})} + \int \left(C'_4 + C'_2 \wedge \tilde{f}' - \frac{1}{2} C_0 \tilde{F}' \wedge \tilde{F}' \right). \quad (4.11)$$

Questa azione può essere interpretata come una D3-brana in presenza sia della costante di dilatone, sia dei backgrounds di assione.

Nella metrica di stringa, l'azione che include un'arbitraria costante di dilatone e dei backgrounds di assione è

$$S = -\int d^4 \sigma e^{-\phi} \sqrt{-\det(G_{\mu\nu} + f_{\mu\nu})} + \int e^{-\phi} (C_4 + C_2 \wedge f). \quad (4.12)$$

Allo scopo di ottenere la metrica di Einstein, che è invariante sotto le trasformazioni $SL(2, \mathbb{R})$, noi rimisuriamo

$$X^m \rightarrow e^{\phi/4} X^m \quad \text{and} \quad \theta \rightarrow e^{\phi/8} \theta. \quad (4.13)$$

L'azione diviene

$$S = -\int d^4 \sigma \sqrt{-\det \left(G_{\mu\nu} + e^{\frac{\phi}{2}} F_{\mu\nu} - b_{\mu\nu} \right)} + \int \left(C_4 + C_2 \wedge \left(e^{\frac{\phi}{2}} F - b_2 \right) \right). \quad (4.14)$$

Adesso aggiungiamo un termine moltiplicatore di Lagrange $\frac{1}{2} \tilde{H}^{\mu\nu} (F_{\mu\nu} - 2\partial_\mu A_\nu)$ ed un termine di

contorno $\frac{1}{2} C_0 F \wedge F$. Se definiamo $F' \equiv e^{\frac{\phi}{2}} F$, $\tilde{H}' = e^{\frac{\phi}{2}} \tilde{H}$, e $C'_0 = e^\phi C_0$, l'azione è data proprio dall'equazione (4.4), così possiamo ottenere l'azione duale dalle equazioni (4.5) e (4.6). L'azione risultante è

$$S_D = -\int d^4\sigma \sqrt{-\det\left(G_{\mu\nu} + \frac{1}{\sqrt{1+e^{2\phi}C_0^2}}\right)} \left(e^{\frac{\phi}{2}} \tilde{F}_{\mu\nu} + C_{\mu\nu} + e^\phi C_0 b_{\mu\nu} \right) + \int \Omega_D, \quad (4.15)$$

dove

$$\begin{aligned} \Omega_D = & C_4 - b_2 \wedge C_2 - \frac{1}{2} e^\phi C_0 b_2 \wedge b_2 + b_2 \wedge \left(e^{\frac{\phi}{2}} \tilde{F} + C_2 + e^\phi C_0 b_2 \right) \\ & - \frac{e^\phi C_0}{2(1+e^{2\phi}C_0^2)} \left(e^{\frac{\phi}{2}} \tilde{F} + C_2 + e^\phi C_0 b_2 \right) \wedge \left(e^{\frac{\phi}{2}} \tilde{F} + C_2 + e^\phi C_0 b_2 \right). \end{aligned} \quad (4.16)$$

Inoltre, possiamo verificare la trasformazione del dilatone e dell'assione sotto la trasformazione di dualità. Dal coefficiente di \tilde{F} nella parte di Born-Infeld che riguarda l'equazione (4.15), otteniamo la trasformazione

$$e^{-\phi} \rightarrow \frac{e^\phi}{1+e^{2\phi}C_0^2} = \frac{1}{e^\phi + e^{-\phi}C_0^2}, \quad (4.17)$$

e dal coefficiente di $\tilde{F} \wedge F$ abbiamo

$$C_0 \rightarrow \frac{e^{2\phi}C_0}{1+e^{2\phi}C_0^2} = -\frac{e^\phi C_0}{e^{-\phi} + e^\phi C_0^2}. \quad (4.18)$$

Quindi, il dilatone e l'assione sotto l'attesa trasformazione $SL(2, Z)$. Combinando questa simmetria con la simmetria sotto una costante di spostamento di C_0 , si deduce che l'azione della D3-brana ha simmetria classica del tipo $SL(2, R)$. Immediatamente, questa si riduce al tipo $SL(2, Z)$ per gli effetti quantistici.

È interessante notare che, anche le equazioni (3.36), (4.1) e (4.11), possono essere ottimamente correlate con la relazione che è alla base del modello Palumbo-Nardelli. Avremo infatti le seguenti connessioni:

$$\begin{aligned} S = & -\int d^4\sigma \sqrt{-\det(G_{\mu\nu} + f_{\mu\nu})} + \int \left(C_4 + C_2 \wedge f + \frac{1}{2} C_0 F \wedge F \right) \Rightarrow \\ & -\int d^4\sigma \sqrt{-\det(G_{\mu\nu} + \tilde{f}_{\mu\nu})} + \int \left(C'_4 + C'_2 \wedge \tilde{f}' - \frac{1}{2} C_0 \tilde{F}' \wedge \tilde{F}' \right) \Rightarrow \\ & -\mu_{25} \int d^{26} \xi Tr \left\{ e^{-\Phi} \left[-\det(G_{ab} + B_{ab} + 2\pi\alpha' F_{ab}) \right]^{1/2} \right\} = \int_0^\infty -\frac{1}{(2\pi\alpha')^2 g_{YM}^2} \int d^{10}x Tr \left\{ \left[-\det(\eta_{\mu\nu} + 2\pi\alpha' F_{\mu\nu}) \right]^{1/2} \right\} \\ \Rightarrow & -\int d^{26}x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} Tr(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] = \\ & = \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} Tr_v(|F_2|^2) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow & \frac{1}{2} \iint \left[-\alpha \frac{\partial}{\partial v} \frac{N}{EG - F^2} + \beta \left(\frac{\partial}{\partial u} \frac{N}{EG - F^2} + \frac{\partial}{\partial v} \frac{M}{EG - F^2} \right) - \gamma \frac{\partial}{\partial u} \frac{M}{EG - F^2} + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(M \left\{ \begin{matrix} 22 \\ 1 \end{matrix} \right\} - N \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 1 \end{matrix} \right\} + (GD' - FD'')X \right) \frac{\alpha}{EG - F^2} + \left(M \left(\left\{ \begin{matrix} 22 \\ 2 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 1 \end{matrix} \right\} \right) + N \left(\left\{ \begin{matrix} 11 \\ 1 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 2 \end{matrix} \right\} \right) + (ED'' - GD)X \right) \\
& \quad \frac{\beta}{EG - F^2} + \left(N \left\{ \begin{matrix} 11 \\ 2 \end{matrix} \right\} - M \left\{ \begin{matrix} 12 \\ 1 \end{matrix} \right\} + (FD - ED')X \right) \frac{\gamma}{EG - F^2} \Big] dudv. \quad (4.19)
\end{aligned}$$

5. Su alcune formule inerenti le frazioni continue di Rogers-Ramanujan e le equazioni modulari di Ramanujan. [4]

Le prime frazioni continue infinite che si incontrano in un corso elementare di Teoria dei Numeri sono:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \quad (5.1) \quad \text{e} \quad 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \dots}}}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \quad (5.2)$$

dove usiamo la notazione

$$b_0 + \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{b_3 + \dots}}} := b_0 + \frac{a_1}{b_1 + \frac{a_2}{b_2 + \frac{a_3}{b_3 + \dots}}}$$

In connessione con le identità di Rogers-Ramanujan, Rogers ha prima considerato la naturale generalizzazione della (5.1) nella quale l'n-mo numeratore parziale della (5.1) è sostituito da q^n , $0 \leq n < \infty$. Più precisamente, per $|q| < 1$, definiamo le “frazioni continue di Rogers-Ramanujan” attraverso la:

$$R(q) := \frac{q^{1/5}}{1 + \frac{q}{1 + \frac{q^2}{1 + \frac{q^3}{1 + \dots}}}}$$

e, definiamo: $S(q) := -R(-q)$ (5.3) e $K(q) := 1/R(q)$. (5.4)

Anche, per $|q| < 1$, le:

$$G(q) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n^2}}{(q; q)_n} \quad \text{e} \quad H(q) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n(n+1)}}{(q; q)_n}$$

indicano le “funzioni di Rogers-Ramanujan”, dove $(a; q)_n := \prod_{k=0}^{n-1} (1 - aq^k)$, e dove, per la sequela $(a; q)_\infty := \lim_{n \rightarrow \infty} (a; q)_n$, $|q| < 1$. Rogers ha provato la rappresentazione

$$q^{-1/5} R(q) = \frac{H(q)}{G(q)}, \quad (5.5)$$

e le identità di Rogers-Ramanujan

$$G(q) = \frac{1}{(q; q^5)_\infty (q^4; q^5)_\infty} \quad \text{e} \quad H(q) = \frac{1}{(q^2; q^5)_\infty (q^3; q^5)_\infty}. \quad (5.6)$$

Inoltre, combinando la (5.5) con le (5.6), otteniamo l'elegante rappresentazione:

$$R(q) = q^{1/5} \frac{(q; q^5)_\infty (q^4; q^5)_\infty}{(q^2; q^5)_\infty (q^3; q^5)_\infty}. \quad (5.7)$$

Ramanujan era profondamente interessato a determinare le formule esatte per $R(e^{-2\pi\sqrt{n}})$ ed $S(e^{-\pi\sqrt{n}})$ per valori razionali positivi di n . Nella sua prima lettera al matematico dell'Università di Cambridge G. H. Hardy, datata 16 Gennaio 1913, Ramanujan fornisce i valori

$$R(e^{-2\pi}) = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}} - \frac{\sqrt{5}+1}{2} \quad \text{e} \quad S(e^{-\pi}) = \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}} - \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

e nella sua seconda lettera del 27 Febbraio, fornisce il valore

$$R(e^{-2\pi\sqrt{5}}) = \frac{\sqrt{5}}{1 + \sqrt[5]{5^{3/4} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^{5/2} - 1}} - \frac{\sqrt{5}+1}{2}.$$

Inoltre, in entrambe le lettere, Ramanujan afferma che: “ $R(e^{-\pi\sqrt{n}})$ può essere esattamente trovato se n è qualche quantità razionale positiva”.

Adesso, definiamo la funzione di Ramanujan $f(-q)$. Per $|q| < 1$,

$$f(-q) := (q; q)_\infty = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n q^{n(3n-1)/2}. \quad (5.8)$$

La seconda uguaglianza nella (5.8) è il teorema del numero pentagonale di Eulero. Se $q = \exp(2\pi iz)$, dove $\text{Im } z > 0$, allora $q^{1/24} f(-q) = \eta(z)$, dove $\eta(z)$ indica la funzione-eta di Dedekind.

Teorema 1.

Adesso, sia $t = R(q)$, e poniamo $\alpha = (1 - \sqrt{5})/2$ e $\beta = (1 + \sqrt{5})/2$, Ramanujan ottenne le seguenti identità:

$$\frac{1}{\sqrt{t}} - \alpha\sqrt{t} = \frac{1}{q^{1/10}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \alpha q^{n/5} + q^{2n/5}}, \quad (5.9)$$

$$\frac{1}{\sqrt{t}} - \beta\sqrt{t} = \frac{1}{q^{1/10}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \beta q^{n/5} + q^{2n/5}}, \quad (5.10)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)^5 - (\alpha\sqrt{t})^5 = \frac{1}{q^{1/2}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 + \alpha q^n + q^{2n})^5}, \quad (5.11)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right)^5 - (\beta\sqrt{t})^5 = \frac{1}{q^{1/2}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 + \beta q^n + q^{2n})^5}. \quad (5.12)$$

Notiamo, per le posizioni che abbiamo fatto, che, ad esempio, la (5.9) e la (5.12), possono essere riscritte:

$$\frac{1}{\sqrt{R(q)}} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\sqrt{R(q)} = \frac{1}{q^{1/10}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)q^{n/5} + q^{2n/5}}, \quad (5.9a)$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{R(q)}}\right)^5 - \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\sqrt{R(q)}\right]^5 = \frac{1}{q^{1/2}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)q^n + q^{2n}\right]^5}. \quad (5.12b)$$

Teorema 2.

Adesso, sia

$$t := q^{1/5} \frac{\chi(-q^{1/5})}{\chi(-q^5)} \quad \text{e} \quad s := \frac{\varphi(-q^{1/5})}{(-q^5)}. \quad \text{Allora:}$$

$$\frac{f(-q^{1/5})}{q^{1/5} f(-q^5)} = \frac{s}{t}, \quad \frac{f(-q^{2/5})}{q^{2/5} f(-q^{10})} = \frac{s}{t^2}, \quad \frac{\psi(q^{1/5})}{q^{3/5} \psi(q^5)} = \frac{s}{t^3}, \quad \text{e}$$

$$2s = 1 - 2t - 2t^2 + t^3 + \sqrt{1 - 4t - 10t^3 - 4t^5 + t^6}.$$

Teorema 3.

Ora, sia t uguale alla forma data nel teorema 2, allora Ramanujan ottenne la seguente identità:

$$R(q) = \frac{1}{4t} \times \left[\left(1 + t \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) \sqrt{1-t} - \sqrt{(1-t) \left(1 + t \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 - 2t(\sqrt{5}+1)} \right] \times \\ \times \left[- \left(1 - t \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \sqrt{1-t} + \sqrt{(1-t) \left(1 - t \frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 + 2t(\sqrt{5}-1)} \right].$$

Ramanujan derivò una formula simile anche per $R(q^2)$.

Adesso forniamo un elenco di tutte le equazioni modulari conosciute che riguardano $R(q)$, precisamente, con due argomenti differenti.

Teorema 4.

Sia $u = R(-q)$ e $v = R(q)$. Allora, $uv(u-v)^4 - u^2v^2(u-v)^2 + 2u^3v^3 = (u-v)(1+u^5v^5)$.

Teorema 5.

Sia $u = R(q)$ e $v = R(q^2)$. Allora, $\frac{v-u^2}{v+u^2} = uv^2$.

Teorema 6.

Sia $u = R(q)$ e $v = R(q^3)$. Allora, $(v-u^3)(1+uv^3) = 3u^2v^2$.

Teorema 7.

Sia $u = R(q)$ e $v = R(q^4)$. Allora, $(u^5 + v^5)(uv - 1) + u^5v^5 + uv = 5u^2v^2(uv - 1)^2$.

Teorema 8.

Sia $u = R(q)$ e $v = R(q^5)$. Allora, $u^5 = v \frac{1-2v+4v^2-3v^3+v^4}{1+3v+4v^2+2v^3+v^4}$.

Tutti e quattro questi teoremi sono dovuti a Ramanujan. I teoremi 5, 6 e 7 furono espressi nel secondo “Quaderno” di Ramanujan, mentre il teorema 8 fu comunicato da Ramanujan nella sua prima lettera a G. H. Hardy.

Adesso, sia definita $f(-q)$ come nella (5.8). Avremo il

Teorema 9.

Per $0 < q < 1$, abbiamo: $R(q) = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \exp\left[-\frac{1}{5} \int_q^1 \frac{f^5(-t)}{f(-t^5)} \frac{dt}{t}\right]$ (5.13) e

$$R(q) = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{1 + \frac{3+\sqrt{5}}{2} \exp\left[\frac{1}{\sqrt{5}} \int_0^q \frac{f^5(-t)}{f(-t^{1/5})} \frac{dt}{t^{4/5}}\right]}. \quad (5.14)$$

Per provare la (5.13), impieghiamo la famosa identità dovuta a Ramanujan:

$$\frac{f^5(-q)}{f(-q^5)} = 1 - 5 \sum_{n=1}^{\infty} \binom{n}{5} \frac{nq^n}{1-q^n}, \quad |q| < 1, \quad (5.15)$$

dove $\binom{n}{5}$ indica il simbolo di Legendre. Usando la (5.7) insieme alla (5.15), possiamo subito dedurre la (5.13). Per provare la (5.14), vengono impiegati i seguenti due lemmi e la (5.13).

Lemma 1.

Sia $\alpha, \beta > 0$ e $\alpha\beta = \pi^2$, allora $\alpha^{1/4} e^{-\alpha/12} f(-e^{-2\alpha}) = \beta^{1/4} e^{-\beta/12} f(-e^{-2\beta})$.

Lemma 2.

Sia $\alpha, \beta > 0, \alpha\beta = \pi^2, q := e^{-2\alpha}$ e $Q := e^{-2\beta}$. Allora

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} + R(q)\right) \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} + R(Q)\right) = \frac{5+\sqrt{5}}{2}.$$

Il precedente lemma fu comunicato da Ramanujan nella sua famosa seconda lettera al matematico Hardy. L'integrando nella (8.14) ha la seguente rappresentazione

$$q \frac{f^5(-q^5)}{f(-q)} = \sum_{n=1}^{\infty} \binom{n}{5} \frac{q^n}{(1-q^n)^2}, \quad |q| < 1, \quad (5.16)$$

che accompagna la (5.15). L'uguaglianza (5.16) conduce ad un'elegante dimostrazione della congruenza di Ramanujan $p(5n+4) \equiv 0 \pmod{5}$, di importanza fondamentale per la funzione di partizione $p(n)$.

Teorema 10.

Sia $u = R(q)$ ed $\varepsilon = (1 + \sqrt{5})/2$. Allora, per $|q| < 1$, si ha

$$5^{3/4} \int_0^q \frac{f^2(-t)f^2(-t^5)}{\sqrt{t}} dt = 2 \int_{\cos^{-1}((\varepsilon t)^{5/2})}^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - \varepsilon^{-5} 5^{-3/2} \sin^2 \phi}}. \quad (5.16b)$$

5.1 Correlazioni con la teoria di stringa.

È interessante evidenziare che, se l'azione 10-dimensionale applicata alla supergravità di tipo IIB è connessa, oltre che al modello Palumbo-Nardelli, anche a $p(n)$ e ad F_n , quindi alla funzione di partizione ed alla serie di Fibonacci, entrambe correlate tra l'altro alla funzione zeta, come è stato dimostrato dalle argomentazioni matematiche esposte in alcuni precedenti lavori, ricordando l'equazione (5.14) che è correlata alle proprietà di congruenza soddisfatte da $p(n)$, e l'equazione (5.9a) correlata alle identità di Rogers-Ramanujan e, conseguentemente, alla sezione aurea, avremo le seguenti nuove connessioni:

$$\begin{aligned} & - \int d^{26}x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} \text{Tr}(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] = \\ & = \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} \text{Tr}_v(|F_2|^2) \right] \Rightarrow \\ & \int d^{10}x \sqrt{|g|} \left[\frac{1}{4} R - \frac{1}{2} (\partial\phi)^2 - \frac{1}{12} e^{-2\Phi} H_{\mu\nu\lambda} H^{\mu\nu\lambda} \right] \rightarrow \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{1 + \frac{3+\sqrt{5}}{2} \exp\left[\frac{1}{\sqrt{5}} \int_0^q \frac{f^5(-t)}{f(-t^{1/5})} \frac{dt}{t^{4/5}}\right]} \rightarrow \\ & \rightarrow \frac{1}{\sqrt{R(q)}} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \sqrt{R(q)} = \frac{1}{q^{1/10}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^\infty \frac{1}{1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) q^{n/5} + q^{2n/5}}. \quad (5.17) \end{aligned}$$

6. Su alcune equazioni inerenti le proprietà del vuoto eterotico da superpotenziali, collegate alle compatteficazioni della teoria eterotica su varietà complesse 6-dimensionali non Kahleriane. [4]

Le varietà non Kahleriane che ora verranno descritte, sono tutti spazi 6-dimensionali del tipo

$$ds^2 = \Delta_1^2 ds_{CY}^2 + \Delta_2^2 |dz^3 + \alpha dz^1 + \beta dz^2|^2, \quad (6.1)$$

dove $\Delta_i = \Delta_i(|z_1|, |z_2|)$ sono i fattori di curvatura e α, β dipendono da z^i e \bar{z}^j , le coordinate dello spazio interno. Lo spazio quadridimensionale di Calabi-Yau principale è descritto attraverso z^1 e z^2 . Queste funzioni sono descritte da

$$\alpha = 2i\bar{z}^2, \quad \beta = -(4 + 2i)\bar{z}^{-1}, \quad \Delta_1^2 \equiv \Delta^2 = c_0 + \psi(|z^1|, |z^2|), \quad \Delta_2 = 1, \quad (6.2)$$

dove c_0 è una costante, e $\psi \rightarrow 0$ quando la dimensione della varietà diviene infinita.

Il superpotenziale ha la forma

$$W_{het} = \int G \wedge \Omega, \quad (6.3)$$

dove G è una 3-forma e Ω è la (3,0)-forma olomorfa della varietà interna 6-dimensionale.

Di solito dove non c'è torsione, G è la 3-forma reale della teoria eterotica. Anche in presenza di torsione, ancora abbiamo la 3-forma reale, ma vi è un'altra scelta per la 3-forma G che compare nel superpotenziale sopra menzionato, che è necessaria per varietà interne non Kahleriane. Questa 3-forma G è sempre libera da anomalia (anomaly free) e gauge invariante e soddisfa la seguente equazione

$$G = dB + \alpha' \left[\Omega_3 \left(\omega_0 - \frac{1}{2} \tilde{G} \right) - \Omega_3(A) \right], \quad (6.4)$$

dove $\Omega_3(A) = Tr \left(A \wedge F - \frac{1}{3} A \wedge A \wedge A \right)$ è il termine di Chern-Simons per il campo di gauge A e $\Omega_3(\omega_0)$ è il termine di Chern-Simons per la connessione di spin di torsione libera (torsion free spin-connection) ω_0 , mentre B è il potenziale 2-forma della teoria eterotica. \tilde{G} è la 1-forma ricavata dalla 3-forma G usando e_i^a ("vielbeins") come $\tilde{G}_i^{ab} = G_{ijk} e^{aj} e^{bk}$. Notiamo che G compare su entrambi i membri dell'equazione di sopra è quindi occorre risolvere "iterativamente" tale equazione per poter determinare G . La soluzione dell'equazione è

$$G + \frac{\alpha'}{2} tr \left(\omega_0 \wedge R_{\tilde{G}} + \tilde{G} \wedge R_{\omega_0} - \frac{1}{2} \tilde{G} \wedge R_{\tilde{G}} \right) = dB + \alpha' (\Omega_3(\omega_0) - \Omega_3(A)), \quad (6.5)$$

dove sono state introdotte le curvatures polinomiali $R_{\tilde{G}}$ ed R_{ω_0} , cioè

$$R_{\tilde{G}} = d\tilde{G} - \frac{1}{3} \tilde{G} \wedge \tilde{G}, \quad e \quad R_{\omega_0} = d\omega_0 + \frac{2}{3} \omega_0 \wedge \omega_0. \quad (6.6)$$

Adesso, se indichiamo la dimensione della varietà interna con t , otteniamo dalla (6.5), un'equazione cubica, che prende la forma generale

$$h^3 + ph + q = 0 \quad \text{con} \quad G_{ijk} = hC_{ijk}, \quad e \quad g_{ij} = tg_{ij}^0, \quad (6.7)$$

per ciascuna componente della 3-forma G . Qui C è un tensore antisimmetrico costante in sei dimensioni, le cui contrazioni sono fatte rispetto alla metrica g_{ij}^0 . Inoltre, g_{ij}^0 è scelta localmente costante. Inoltre, p, q ed f vengono definite come

$$p = \frac{t^3}{\alpha'}, \quad q = -\frac{ft^3}{\alpha'} \quad e \quad f = (dB + \alpha' \Omega_3(\omega_0) - \alpha' \Omega_3(A))_{ijk} \epsilon^{ijk}. \quad (6.8)$$

La prima equazione nella (6.7) ha tre radici. Una di esse è reale e le altre due sono complesse coniugate di ciascuna altra. La radice reale compare nella trasformazione di supersimmetria dell'azione effettiva a bassa energia della stringa eterotica.

Adesso, consideriamo la lagrangiana eterotica, data dalla seguente equazione

$$S = \frac{1}{\kappa_{10}^2} \int d^{10} x \sqrt{g} e^{-2\phi} \left[R + 4|\partial\phi|^2 - \frac{1}{2}|f|^2 + \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} \text{Tr}|F|^2 + \mathcal{O}(\alpha'^2) \right], \quad (6.9)$$

dove $F = dA + \text{Tr}A \wedge A$ ed f è data dalla (6.8). È possibile riscrivere la lagrangiana di sopra in maniera alternativa, per tutti gli ordini in α' , nel modo seguente

$$S = \int_{M_6} e^{-2\phi} \left[2|G|^2 + \text{Tr}|F|^2 + \sum_{m,n,p} a_{mnp} G^m F^n R^p \right] - \frac{1}{\kappa_4^2} \int d^4 x \sqrt{g_4} e^{-2\phi} |\partial\phi|^2 + \dots, \quad (6.10)$$

dove i termini di interazione sono stati contratti propriamente a forme scalari. Nella lagrangiana di sopra si richiede che G soddisfi le seguenti condizioni: (a) sia complesso; (b) sia con anomalia libera (anomaly free) e gauge invariante; (c) sia localmente rappresentato come

$$G = a(H + \dots) + ib(\omega_0 + \dots), \quad (6.11)$$

dove H è la 3-forma reale della teoria eterotica (la radice reale dell'equazione di anomalia), a e b sono costanti arbitrarie. La radice complessa dell'equazione cubica deve soddisfare tutte e tre le condizioni su menzionate, possibile coefficiente dei termini geometrici (e quindi gauge invariante) che può in principio contribuire alla parte immaginaria della 3-forma G . Le tre radici dell'equazione cubica (6.7) possono essere scritte in termini di p e q . Definiamo due variabili A e B , che sono funzioni di p e q , in modo che le radici dell'equazione cubica sono

$$A + B, \quad -\frac{1}{2}(A + B) \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}(A - B). \quad (6.12)$$

Le variabili A e B sono definite come

$$A = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} \quad \text{e} \quad B = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

e sono reali. Quindi, la radice reale dell'equazione cubica è $A + B$. Questa è infatti la 3-forma eterotica che compare nella lagrangiana.

Il campo tensoriale H_{RR} della teoria di tipo IIB si rivolge alla radice reale H della teoria eterotica ed il campo tensoriale H_{NS} si rivolge alla connessione di spin. Adesso, effettuiamo la trasformazione

$$H_{RR} \rightarrow iH_{RR} \quad \text{e} \quad H_{NS} \rightarrow iH_{NS}, \quad (6.13)$$

tale trasformazione convertirà l'equazione cubica (6.7) in

$$G^3 - pG + iq = 0, \quad (6.14)$$

dove abbiamo preso $G \rightarrow iG$ nella (6.7). Adesso, effettuiamo la trasformazione $q \rightarrow iq$, da cui otterremo

$$G^3 - pG - q = 0, \quad p > 0, \quad q > 0, \quad (6.15)$$

le cui radici sono tutte reali. Le tre radici reali sono date da $2a \cos \frac{\theta}{3}$ e $-a \left(\cos \frac{\theta}{3} \pm \sqrt{3} \sin \frac{\theta}{3} \right)$,

dove abbiamo definito $a = \sqrt{\frac{p}{3}}$ e $\cos \theta = \frac{q}{2} \sqrt{\frac{27}{p^3}}$.

Riguardo al superpotenziale perturbativo completo per la teoria eterotica compattificato sulla varietà non Kahleriana M_6 , quando consideriamo una curvatura non banale ed anche possibili termini geometrici nella 3-forma complessa G , questo è dato dalla

$$W = \int_{M_6} [H + idJ] \wedge \Omega + \int_{M_6} F \wedge J \wedge J. \quad (6.16)$$

La generica forma della 3-forma sarà adesso data dall'espressione

$$G = (aH + *_6 A) + i(dJ + B), \quad (6.17)$$

dove A e B sono funzioni generiche di ω_0 , la connessione di spin di torsione libera (torsion-free spin-connection). Quando consideriamo al primo ordine in α' nell'equazione di anomalia, otteniamo un'equazione cubica dove si ha che $A = B = 0$, e quindi G è dato da

$$G = aH + idJ. \quad (6.18)$$

Adesso riprendiamo l'equazione (6.14) ed effettuiamo la trasformazione $q \rightarrow -iq$, avremo

$$G^3 - pG + q = 0 \quad \text{con} \quad p > 0 \quad \text{e} \quad q > 0. \quad (6.19)$$

Poniamo $q = 1$ e $p = 2$, avremo $G^3 - 2G + 1 = 0$, equazione del tipo $x^3 - 2x + 1 = 0$. Le tre radici di tale equazione saranno: 1 , $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ e $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$. Queste ultime due radici sono uguali a $0,618033$ cioè alla "sezione aurea" e $-1,618033$ cioè al "rapporto aureo" con segno meno. Queste due radici possono anche scriversi come $\varphi = 0,618033$ e $-\Phi = -1,618033$. La (6.16) che è l'equazione del superpotenziale perturbativo completo per la teoria eterotica compattificato su di una varietà non Kahleriana M_6 ,

$W = \int_{M_6} [H + idJ] \wedge \Omega + \int_{M_6} F \wedge J \wedge J$, essendo per la (6.18) $G = aH + idJ$, posto $a = 1$, diviene

$W = \int_{M_6} G \wedge \Omega + \int_{M_6} F \wedge J \wedge J$, e quindi

$$W = \int_{M_6} 0,618033 \wedge \Omega + \int_{M_6} F \wedge J \wedge J = \int_{M_6} \varphi \wedge \Omega + \int_{M_6} F \wedge J \wedge J. \quad (6.20)$$

Infine, dalla (6.10), che è la lagrangiana eterotica, posto $G = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} = -1,618033$, da cui $|G|^2 = |-1,618033|^2 = 2,618033 = 1 + \Phi = 2 + \phi$, avremo:

$$S = \int_{M_6} e^{-2\phi} \left[2(1 + \Phi) + Tr|F|^2 + \sum_{m,n,p} a_{mnp} G^m F^n R^p \right] - \frac{1}{\kappa_4^2} \int d^4 x \sqrt{g_4} e^{-2\phi} |\partial\phi|^2 + \dots \quad (6.21)$$

Giunti a questo punto, ricordando l'equazione (2.3) utilizzata per il calcolo dei singoli punti della curva ovoidale a sezione aurea che, come già accennammo, ha una "perfetta" corrispondenza "geometrica" con le stringhe chiuse e quindi con quelle del modello eterotico, possiamo realizzare anche la connessione matematica tra l'equazione (2.3) e la (6.21) ottenendo

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2 \cos \varphi \sin \alpha} \left[z_0 \pm \sqrt{z_0^2 - \frac{4 \cos \varphi \sin \alpha}{\sqrt{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos^2 \alpha}}} \right] \\ \Rightarrow \int_{M_6} e^{-2\phi} & \left[2(1 + \Phi) + Tr|F|^2 + \sum_{m,n,p} a_{mnp} G^m F^n R^p \right] - \frac{1}{\kappa_4^2} \int d^4 x \sqrt{g_4} e^{-2\phi} |\partial\phi|^2 + \dots \end{aligned} \quad (6.21b)$$

È interessante evidenziare che, anche in questo caso, tale equazione è connessa, al modello Palumbo-Nardelli, a $p(n)$ e a F_n , quindi alla funzione di partizione ed alla serie di Fibonacci. Infatti, ricordando le equazioni (5.9a) ed (5.14), avremo le ulteriori connessioni:

$$\begin{aligned} & - \int d^{26} x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} Tr(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] = \\ & = \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10} x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} Tr_v(|F_2|^2) \right] \Rightarrow \\ & \Rightarrow \frac{1}{\kappa_{10}^2} \int d^{10} x \sqrt{g} e^{-2\phi} \left[R + 4|\partial\phi|^2 - \frac{1}{2}|f|^2 + \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} Tr|F|^2 + O(\alpha'^2) \right] \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow \int_{M_6} e^{-2\phi} \left[2(1 + \Phi) + Tr|F|^2 + \sum_{m,n,p} a_{mnp} G^m F^n R^p \right] - \frac{1}{\kappa_4^2} \int d^4x \sqrt{g_4} e^{-2\phi} |\partial\phi|^2 + \dots \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{\sqrt{5}}{1 + \frac{3+\sqrt{5}}{2} \exp\left[\frac{1}{\sqrt{5}} \int_0^q \frac{f^5(-t)}{f(-t^{1/5})} \frac{dt}{t^{4/5}}\right]} \Rightarrow \\
&\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{R(q)}} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \sqrt{R(q)} = \frac{1}{q^{1/10}} \sqrt{\frac{f(-q)}{f(-q^5)}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) q^{n/5} + q^{2n/5}}. \quad (6.22)
\end{aligned}$$

7. Ulteriori connessioni ottenute tra la “costante” del sistema musicale in sezione aurea ed alcune equazioni inerenti un modello di Teoria Unitaria della Materia e dell’Universo. [5]

Andiamo adesso analizzare alcune formule che riguardano un tentativo di “Teoria Unitaria della Materia e dell’Universo” che vengono descritte nell’originale opera degli anni ‘80 di Michele Giannone, studioso e teorico palermitano.

All’origine doveva esistere soltanto una “[sostanza perfettamente omogenea, indifferenziata](#)” (che l’autore denomina “Koilon”, ma [che noi, con gli attuali progressi in fisica teorica, possiamo benissimo identificare con la materia/energia oscura](#)), la quale si sarebbe trovata in uno stato di perfetto equilibrio, cioè di “riposo assoluto”.

È possibile che, al primo impulso dell’energia dinamica primaria dell’ideazione cosmica emanata dal Principio Unico, in questo stato di perfetto equilibrio si sia potuto creare un rapidissimo processo dinamico¹, che avrebbe dato luogo alla formazione di inconcepibilmente piccoli “vortici”, la cui velocità di propagazione doveva essere superiore a quella della luce. Questi “vortici” sarebbero le particelle originali (o Principi Semplici) che nella teoria del Giannone vengono chiamate “Omicron”. ([Ricordando che una particella che ha un velocità iper-c è definita “tachione” e che questi possono essere rappresentati da vibrazioni di stringhe, è facile correlare le particelle “Omicron” a modi di vibrazione di stringhe tachioniche, vibrazioni aventi forma di vortice](#)).

È inoltre presumibile che le particelle Omicron dovevano avere la stessa massa e la stessa quantità di moto, ma diverso senso di rotazione attorno al proprio asse. È anche probabile che questo diverso senso di rotazione possa avere generato tra le particelle Omicron un campo dinamico di relazioni di ordine elettromagnetico, in cui ogni particella, in virtù delle leggi di composizione dei moti rotatori, si unì ad altre sei particelle. [Così il moto originario rettilineo con le quali le particelle Omicron iniziarono a muoversi in tutte le direzioni, in maniera caotica, per effetto del processo di attrazione e di organizzazione, si modificò quasi immediatamente in un movimento a spirale \(forma geometrica fondamentale, in cui è insito il valore del rapporto aureo\)](#).

Andiamo adesso ad analizzare i seguenti due valori:

$$r_L = 4,776483 \cdot 10^9 \text{ cm} \quad e \quad n_L = 2,3426555 \cdot 10^{47} \quad (7.1)$$

Definiamo r_L come il raggio dell’onda creata dalla rotazione intorno al proprio asse di quella che definiamo una “particella limite”, la cui lunghezza d’onda che emette è uguale a

$$\lambda = 2\pi r_L = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm}. \quad (7.2)$$

¹ Evidenziamo che all’inizio, tramite impulsi di energia dinamica dell’ideazione cosmica, si è originato un moto nella Sostanza Divina in conformità della Legge eterna ed immutabile della Creazione

Da essa ricaviamo

$$r_L = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ cm}}{2\pi} = 4,776483 \cdot 10^9 \text{ cm.} \quad (7.3)$$

Poiché tutte le onde elettromagnetiche si propagano alla velocità di $3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$, la frequenza di quest'onda è

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}}{3 \cdot 10^{10} \text{ cm}} = 1 \text{ sec}^{-1}, \quad (7.4)$$

e, dalla relazione di Planck, l'energia

$$E = h\nu = 6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec} \cdot 1 \text{ sec}^{-1} = 6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg.} \quad (7.5)$$

Per la relazione relativistica, possiamo trovare la massa della "particella limite":

$$m_L = \frac{E}{c^2} = \frac{6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg}}{9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^2 / \text{sec}^2} = 7,3698149 \cdot 10^{-48} \text{ g.} \quad (7.6)$$

E dato che tutte le particelle, secondo la teoria del Giannone, sono costituite di particelle Omicron, sapendo che una particella Omicron ha una massa pari a $m_O = 3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g}$, la "particella limite" sarà formata di

$$n_L = \frac{m_L}{m_O} = \frac{7,3698149 \cdot 10^{-48} \text{ g}}{3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g}} = 2,3426555 \cdot 10^{47} \text{ particelle Omicron.} \quad (7.7)$$

Adesso, dalla formula utilizzata per calcolare la massa di un corpo celeste

$$M_x = \frac{4\pi^2 n_L^3 r_L^3}{GK_x^3}, \quad (7.8)$$

conoscendo il valore della "costante gravitazionale" G ($G = 6,673 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$) e dalle (7.1), otteniamo:

$$M_x = \left(\frac{9,3899371 \cdot 10^{59} \text{ g}^{1/3} \text{ sec}^{2/3}}{K_x} \right)^3. \quad (7.9)$$

Calcoliamo adesso, la massa della materia ponderale del nostro Universo. A tal fine, evidenziamo che il valore di K_x per la materia ponderale dell'Universo, è uguale a $K_U = 2,2436708 \cdot 10^{41} \text{ sec}^{2/3}$. È possibile allora avvalersi della formula (7.9), ed ottenere così:

$$M_U = \left(\frac{9,3899371 \cdot 10^{59} \text{ g}^{1/3} \text{ sec}^{2/3}}{2,2436708 \cdot 10^{41} \text{ sec}^{2/3}} \right)^3 = 7,3301125 \cdot 10^{55} \text{ g.} \quad (7.10)$$

Supponendo che la materia ponderale sia uniformemente distribuita nella sfera dell'Universo (forma geometrica in cui è insito il rapporto aureo) in cui, la densità media calcolata dal Giannone è:

$$\rho_U = 1,10381 \cdot 10^{-29} \text{ g/cm}^3, \quad (7.11)$$

e sapendo che la densità della sostanza “koilonica” (cioè la densità di quella che da noi è stata identificata con la materia/energia oscura) è:

$$\mu = 1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3, \quad (7.12)$$

dalla formula $x = \frac{\mu}{\rho_x}$, dove x è un numero che caratterizza un determinato elemento e ci permette di calcolare tutti i parametri relativi all'elemento stesso e che conoscendo la densità dell'elemento (nel nostro caso la densità dell'Universo), è possibile ottenere il valore di x mediante il suddetto rapporto μ/ρ_x , otterremo

$$x = \frac{1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3}{1,10381 \cdot 10^{-29} \text{ g/cm}^3} = 1,3182661 \cdot 10^{43}. \quad (7.13)$$

Adesso, la radice cubica di x fornisce il rapporto tra il raggio relativo al volume riempito ed il raggio relativo al volume occupato dallo stesso corpo (di forma sferica), cioè

$$x' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho_x}} = \sqrt[3]{x}, \text{ per cui, nel nostro caso, avremo } x' = \sqrt[3]{1,3182661 \cdot 10^{43}} = 2,3622963 \cdot 10^{14}. \quad (7.14)$$

Il raggio dell'Universo fisico può essere calcolato in due modi: (1) applicando la seguente formula

$$r'_x = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\mu}} \sqrt[3]{m_x}, \text{ in cui } r'_x \text{ rappresenta il raggio relativo al volume occupato da una particella ed } m_x$$

la massa. Essendo μ costante, è possibile porre $\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\mu}} = K' = 1,1794277 \cdot 10^{-5} \text{ g}^{-1/3} \text{ cm}$.

(È importante evidenziare che, tale valore lo otteniamo dal rapporto tra il raggio atomico contratto r'_x dell'idrogeno ed m_x . Cioè: $K' = 1,400251946 \cdot 10^{-13} / \sqrt[3]{1,673418406 \cdot 10^{-24}} = 1,1794277 \cdot 10^{-5}$).

Avremo $r'_x = K' \sqrt[3]{m_x} = R'_\mu = 1,1794277 \cdot 10^{-5} \text{ g}^{-1/3} \text{ cm} \sqrt[3]{7,3301125 \cdot 10^{55} \text{ g}} = 4,9359968 \cdot 10^{13} \text{ cm}$; (7.15)

(2) applicando la seguente formula

$$R'_x = \sqrt[3]{\frac{4\pi^2 K'^3 r'_L{}^3 n_L^3}{G K_x^3}} = \frac{K' n_L r_L}{K_x} \sqrt[3]{\frac{4\pi^2}{G}}, \text{ da cui}$$

$$R'_x = \frac{1,1074752 \cdot 10^{55} \text{ cm sec}^{2/3}}{K_x}. \quad (7.16)$$

Per cui, nel caso in esame, avremo:

$$R'_U = \frac{1,1074752 \cdot 10^{55} \text{ cm sec}^{2/3}}{2,2436708 \cdot 10^{41} \text{ sec}^{2/3}} = 4,9359968 \cdot 10^{13} \text{ cm}. \quad (7.17)$$

Il raggio effettivo si ottiene facilmente:

$$R_U = R'_U x' = 4,9359968 \cdot 10^{13} \text{ cm} \cdot 2,3622963 \cdot 10^{14} = 1,1660287 \cdot 10^{28} \text{ cm} = 11,660287 \cdot 10^{27} \text{ cm}. \quad (7.18)$$

A questo punto, possiamo calcolare anche il volume dell'Universo fisico:

$$V_U = \frac{4}{3}\pi(1,1660287 \cdot 10^{28} \text{ cm})^3 = 6,6407378 \cdot 10^{84} \text{ cm}^3. \quad (7.18b)$$

Troviamo, infine, la massa della sostanza “koilonica”(quindi la massa della materia/energia oscura):

$$M_k = M_U \cdot x = 7,3301125 \cdot 10^{55} \text{ g} \cdot 1,3182661 \cdot 10^{43} = 9,6630388 \cdot 10^{98} \text{ g}. \quad (7.19)$$

Dividendo questa massa per il volume dell'Universo, otteniamo la densità della sostanza koilonica (cioè la densità della materia/energia oscura); infatti:

$$\mu = \frac{9,6630388 \cdot 10^{98} \text{ g}}{6,6407378 \cdot 10^{84} \text{ cm}^3} = 1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ gcm}^{-3}. \quad (7.20)$$

È interessante evidenziare che i valori delle formule (7.14) e (7.17) possono essere ricavati, con buona approssimazione, applicando alcune relazioni contenenti il rapporto aureo e la sezione aurea. Infatti, avremo che:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = (1,618033)^3 + 0,618033 = 4,236068 + 0,618034 = 4,854102; \quad (7.21)$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 - \left[\frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right] = 2,618034025 - 0,206011333 = 2,412022692; \quad (7.22)$$

$$4,854102 \cdot 2,412022692 = 11,70820417.$$

Questo è un valore vicinissimo a quello ottenuto utilizzando la formula (7.18), la differenza tra i due valori è:

$11,70820417 - 11,660287 \cong 11,70 - 11,66 = 0,04$. Ma 0,04 è proprio uguale alla costante del sistema musicale in sezione aurea!

Un atomo, secondo la teoria del Giannone, può essere considerato come un vortice globulare, i cui componenti (nucleo ed elettroni, quindi fermioni, cioè stringhe fermioniche), oltre a ruotare attorno al proprio asse alla velocità costante $\sqrt{5}c$, ruotano anche attorno ad un centro-massa comune. Poiché lo spazio non è vuoto, ma pieno, (di energia/materia oscura) è evidente che qualsiasi ente fisico, ruotando attorno al proprio asse, deve trascinare con se, per attrito e quindi con la stessa velocità di rotazione quella “aliquota” di sostanza “koilonica” (di materia/energia oscura) che si trova a diretto contatto con esso. Da ciò deriva la formazione di un vortice sferico (anche in questa forma geometrica è insito il rapporto aureo) concentrico le cui falde, mano a mano che si allontanano dalla prima falda (che si trova a contatto con il corpo ruotante), per effetto degli attriti successivi, vanno perdendo velocità, fino a che nella falda di sponda la velocità si sarà ridotta a zero. Ora, se gli elettroni rivoluiscono ad una certa distanza R dal centro-massa, ciò, evidentemente, è dovuto al fatto che essi vengono trascinati dalle falde sferiche, la cui velocità di rotazione è inversamente proporzionale alla distanza dal centro. Come gli elettroni negli atomi, anche i pianeti del nostro sistema solare sono “trascinati” dalla “corrente koilonica” vorticosa (vortici di

materia/energia oscura in cui è insito il rapporto aureo). A sua volta, il sistema solare è trascinato attorno al centro-massa galattico alla velocità di 270 Km/sec, mantenendosi ad una distanza di circa 32.000 a.l. Per fare una rotazione completa impiega circa 228 milioni di anni. Mentre il nucleo centrale della Galassia, avente un raggio di circa 2000 a.l., nello stesso tempo compie circa 20 rotazioni. E questo sta ad indicare che, anche in questo caso, siamo in presenza di un sistema vorticoso (in cui è insito il rapporto aureo). Dunque, se la materia per organizzarsi ha bisogno dei vortici, il Giannone suppone che anche all'origine le prime particelle create erano dei sistemi vorticosi (secondo la moderna teoria delle stringhe, potevano essere benissimo delle stringhe bosoniche vibranti, la cui vibrazione origina delle "forme vorticose", a forma di spirale come nelle molle). Praticamente, il primo impulso di energia dinamica dell'ideazione cosmica produsse in seno al "koilon", sostanza omogenea, continua e dotata di fluidità, che riempie lo spazio, (e che noi abbiamo identificato nella materia/energia oscura) infiniti piccolissimi vortici (infinite superstringhe bosoniche e fermioniche, soggette al modello Palumbo-Nardelli, le cui vibrazioni originano delle forme vorticose a forma di spirale, in cui, anche qui, è insito il solito rapporto aureo).

Queste particelle, che nella teoria del Giannone vengono chiamate "Omicron", oltre al moto traslatorio, hanno anche moto rotatorio attorno al proprio asse, che può essere verso destra o verso sinistra. (Tali infinite particelle primitive, le particelle "Omicron" appunto, infiniti piccolissimi vortici, sono identificabili proprio con le superstringhe bosoniche e fermioniche le cui vibrazioni originano delle forme vorticose a forma di spirale).

Secondo la teoria del Giannone, la massa di una particella è data dalla seguente formula:

$$m_0 = \frac{x' \gamma m_e}{(2R_U)^2}, \quad (7.23)$$

dove

$$x' = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho_U}} \quad (7.24) \quad \text{e} \quad \gamma = \frac{e^2}{m_0 c^2}, \quad (7.25)$$

che, per Giannone, è il "raggio d'azione" dell'onda sferica che l'elettrone (nell'atomo di idrogeno) emette per effetto della sua rotazione e che si contrappone a quella emessa dal protone, il quale ruota anch'esso attorno al proprio asse. Conoscendo i seguenti valori:

$$\mu = 1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3 \quad (\text{densità del koilon, quindi della materia/energia oscura}) \quad (7.25a)$$

$$\rho_U = 1,10381 \cdot 10^{-29} \text{ g/cm}^3 \quad (\text{densità media della materia ponderale dell'Universo}), \quad (7.25b)$$

possiamo calcolare:

$$x' = \sqrt[3]{\frac{1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3}{1,10381 \cdot 10^{-29} \text{ g/cm}^3}} = 2,3622963 \cdot 10^{14} \quad (7.26)$$

E sapendo che

$$e = 4,8079521 \cdot 10^{-10} \text{ ues} \quad (\text{carica elettrostatica}); \quad m_e = 9,1088433 \cdot 10^{-28} \text{ g} \quad (\text{massa dell'elettrone})$$

il raggio d'azione dell'onda dell'elettrone può essere facilmente calcolato:

$$\gamma = \frac{(4,8079521 \cdot 10^{-10})^2 \text{ gcm}^3 \text{ sec}^{-2}}{9,1088433 \cdot 10^{-28} \text{ g} \cdot 9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}} = 2,8197754 \cdot 10^{-13} \text{ cm}. \quad (7.27)$$

Infine, dato che $R_U = 1,1660287 \cdot 10^{28} \text{ cm}$, possiamo calcolare la massa di una particella Omicron (quindi di una stringa tachionica la cui vibrazione è di tipo vorticoso a forma spiraliforme):

$$m_o = \frac{2,3622963 \cdot 10^{14} \cdot (2,8197754 \cdot 10^{-13} \text{ cm})^2 \cdot 9,1088433 \cdot 10^{-28} \text{ g}}{(2 \cdot 1,1660287 \cdot 10^{28} \text{ cm})^2} = 3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g} . \quad (7.28)$$

Adesso, notiamo che, riguardo al valore ottenuto dalla (7.26), abbiamo la seguente connessione:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2 \cdot 5} \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) \cong 2,7798 . \text{ La differenza tra tale valore e quello della (7.26) è:}$$

$$D = 2,7798 - 2,3623 = 0,4175 \cong 0,42 ; \text{ e che } D_{1/10} = 0,27798 - 0,23623 \cong 0,042 \cong 0,04 \text{ (a).}$$

Riguardo al valore della carica elettrostatica, abbiamo la seguente connessione:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cong 4,8541 . \text{ La differenza tra tale valore e quello della carica elettrostatica, cioè}$$

$$4,8079521 \text{ è: } D = 4,8541 - 4,8079521 = 0,0461479 \cong 0,04 \text{ (b).}$$

Riguardo al valore ottenuto dalla (7.27), abbiamo la seguente connessione:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) \cong 2,8240 . \text{ La differenza tra tale valore e quello della (7.27) è:}$$

$$D = 2,8240 - 2,8197754 = 0,0042 \cong 0,004 = 0,04 \cdot 10 . \text{ (c)}$$

Infine, riguardo al valore ottenuto dalla (7.28), abbiamo la seguente connessione con il valore di π :

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^3 - 2 \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^4 = 3,14589811 \cong 3,1459 \text{ valore che è ottimamente correlato con}$$

quello della (7.28). Ricordando che il valore di π è 3,141592654, la differenza tra i due valori è:

$$D = 3,1459 - 3,1416 = 0,0043 \cong 0,004 = 0,04 \cdot 10 . \text{ (d)}$$

È interessante notare che tutti i valori (a), (b), (c) e (d) sono correlati al valore 0,04 che è la costante del sistema musicale in sezione aurea.

Adesso, la formula che fornisce il volume occupato di una particella Omicron è la seguente:

$$V_o' = \frac{m_o}{\mu} . \quad (7.29)$$

Essendo m_o ed μ termini noti (vedi eq. 7.25a e 7.28), il volume occupato di una particella Omicron può essere immediatamente calcolato:

$$V_o' = \frac{3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g}}{1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ gcm}^{-3}} = 2,1619755 \cdot 10^{-109} \text{ cm}^3 . \quad (7.30)$$

Il raggio riferito al volume occupato può invece essere calcolato con l'ausilio della seguente formula:

$$r_o' = K \sqrt[3]{m_o}, \quad (7.31)$$

cioè:

$$r_o' = 1,1794277 \cdot 10^{-5} \text{ cm} / g^{1/3} \sqrt[3]{3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g}} = 3,7232372 \cdot 10^{-37} \text{ cm}. \quad (7.32)$$

Se con ρ_x indichiamo la densità di un elemento o di un corpo qualsiasi, mediante la formula

$$v_x = \frac{\rho_x}{m_o}, \quad (7.33)$$

possiamo sapere quante particelle Omicron sono contenute in un cm^3 .

Determiniamo, allora, quante particelle Omicron potrebbero essere contenute in un cm^3 di Koilon (cioè, nella visione moderna, quante stringhe tachioniche possono essere contenute in un cm^3 di materia/energia oscura). Applicando la (7.33) otteniamo:

$$v_K = \frac{\mu}{m_o} = \frac{1,4551152 \cdot 10^{14} \text{ gcm}^{-3}}{3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g}} = 4,6253993 \cdot 10^{108} \text{ particelle Omicron/cm}^3. \quad (7.34)$$

È interessante evidenziare che anche tali valori sono correlati al rapporto aureo, alla sezione aurea ed alla costante del sistema musicale in sezione aurea (o ai suoi multipli o divisori). Avremo infatti:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 - 2,1619755 \cong 0,456 \cong 0,4 = 0,04 \cdot 10 \quad \text{per quanto concerne la (7.30);}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^3 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) + \frac{1}{2 \cdot 3} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) = 3,721032712 \cong 3,72103;$$

$$2(3,72324 - 3,72103) = 2(0,00221) = 0,00442 \cong 0,004 = 0,04/10 \quad \text{per quanto concerne la (7.32);}$$

$$4,6253993 - \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^3 = 4,6253993 - 4,236060212 \cong 0,4 = 0,04 \cdot 10 \quad \text{per quanto concerne la (7.34).}$$

Monopoli

Secondo la teoria del Giannone, il monopolio è la particella fondamentale di cui sono costituite tutte le particelle cosiddette “elementari”.

Ammettiamo per ipotesi che le particelle subatomiche abbiano una struttura granulare e che i granuli siano delle particelle infinitesimali, aventi tutte la stessa massa, ma diverso moto rotatorio attorno al proprio asse: in senso orario o in senso anti-orario. Il diverso senso di rotazione determinerebbe la loro carica “positiva” o “negativa”. È per questo motivo che a detti corpuscoli il Giannone attribuisce il nome “*monopoli*”. Così, gli ultimi costituenti della materia del mondo fisico non sarebbero più gli elettroni, i protoni ed i neutroni, ma i monopoli. Qualsiasi particella non sarebbe altro che il risultato dell’aggregazione di un determinato numero “pari” o “dispari” di

monopoli positivi e negativi, i quali accoppiandosi a due a due determinerebbero lo stato elettrico della particella stessa; se rimane disaccoppiato un monopolio positivo, la particella subatomica sarà positiva; se rimane disaccoppiato un monopolio negativo, la particella sarà negativa; se invece tutti i monopoli risultano accoppiati, la particella sarà neutra. In tal modo, si spiegherebbe perché tutte le particelle hanno esattamente la stessa quantità di carica dell'elettrone e perché esistono particelle positive, negative e neutre.

Dato che nell'Universo la Natura predilige la forma sferica, anche le particelle debbono avere forma sferica, ed i monopoli, per costruire forme sferiche, dovranno disporsi in strati sferici concentrici.

Supponiamo che un monopolio sia costituito da un numero n_{mon} di particelle Omicron tali che:

$$E_{mon} = n_{mon} m_0 c^2, \quad (7.35)$$

corrisponda all'energia di $1 \text{ eV} = 1,6026507 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$. La massa di un monopolio sarà:

$$m_{mon} = \frac{E_{mon}}{c^2} = \frac{1,6026507 \cdot 10^{-12} \text{ erg}}{9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}} = 1,780723 \cdot 10^{-33} \text{ g}, \quad (7.36)$$

e quindi

$$n_{mon} = \frac{m_{mon}}{m_0} = \frac{1,780723 \cdot 10^{-33} \text{ g}}{3,1459235 \cdot 10^{-95} \text{ g}} = 5,660414184 \cdot 10^{61} \text{ p.O.} \quad (7.37)$$

Se vogliamo conoscere il numero dei monopoli contenuti in una qualsiasi particella subatomica, basterà dividere la massa della particella considerata per la massa di un monopolio. Così, ad esempio, sapendo che la massa dell'elettrone è $9,108843326 \cdot 10^{-28} \text{ g}$, si ha:

$$N_{mon} = \frac{m_e}{m_{mon}} = \frac{9,108843326 \cdot 10^{-28} \text{ g}}{1,780723 \cdot 10^{-33} \text{ g}} = 511525. \quad (7.38)$$

Secondo la teoria del Giannone, un monopolio è una particella stabile costituita di $5,660414184 \cdot 10^{61}$ particelle Omicron e presenta tutte le caratteristiche delle particelle subatomiche e quindi deve essere soggetta alle stesse leggi fisiche. Sempre secondo il Giannone, tutte le particelle sono dotate di un moto rotatorio (spin), la cui velocità costante potrebbe essere

$$v = r\omega = \sqrt{5}c. \quad (7.39)$$

(Evidenziamo che $\sqrt{5} = 2,236067977$ e che $\left[\frac{(\sqrt{5} + 1)}{2} \right]^2 = 2,618034025$, e la differenza è uguale a $D = 2,618034025 - 2,236067977 = 0,38 \cong 0,40 = 0,04 \cdot 10$)

Questo moto rotatorio attorno al proprio asse polare si manifesta nei due sensi: destrorso e sinistrorso. Nei monopoli determina la "carica". Negli altri corpuscoli (positivi, negativi o neutri) determina lo stato di "particella" o di "antiparticella".

(In termini di teoria delle stringhe, una stringa fermionica il cui modo di vibrazione origina un elettrone, secondo tale tesi, vibrando origina 511525 monopoli, ognuno dei quali è costituito da $5,660414184 \cdot 10^{61}$ particelle Omicron, quindi stringhe tachioniche).

Anche in questo caso, notiamo che vi sono valori correlati al rapporto aureo, alla sezione aurea ed alla costante del sistema musicale in sezione aurea (o ai suoi multipli). Avremo infatti:

$$\frac{1}{40} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) + 1,6026507 = 1,61810155 \cong 1,6180339 \quad (7.40) \quad \text{per quanto concerne il valore}$$

corrispondente ad 1 eV;

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^3 + \left[\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right) - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) \right] = 5,236068066;$$

$5,660414184 - 5,236068066 = 0,4243 \cong 0,4 = 0,04 \cdot 10 \quad (7.41)$ per quanto concerne il numero di particelle Omicron costituenti un monopolo.

Inoltre

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 - \sqrt{5} = 2,618034025 - 2,236067977 = 0,381966047 \cong 0,4 = 0,04 \cdot 10 \quad (7.42) \quad \text{per quanto}$$

concerne il valore relativo alla velocità costante del moto rotatorio delle particelle.

Ora, se d'_{mon} è il diametro contratto di un monopolo e r'_x è il raggio contratto di una qualsiasi particella, il numero degli strati sferici è dato dal seguente rapporto:

$$N_{strati} = \frac{r'_x}{d'_{mon}}. \quad (7.43)$$

Se ciò è vero, il volume complessivo dei monopoli che occupano i diversi strati sarà uguale al volume complessivo degli strati V_{strati} e deve essere pure uguale al volume contratto (o occupato) V'_x della particella in esame. Assumendo il diametro d'_{mon} del monopolo come modulo del raggio r'_x di una qualsiasi particella, il volume complessivo degli strati sferici di una determinata particella sarà:

$$V_{strati} = \frac{4}{3} \pi (N_{strati} d'_{mon})^3. \quad (7.44)$$

Volendo fare un esempio, prima di tutto è necessario conoscere il diametro contratto di un monopolo:

$$d'_{mon} = 2K \sqrt[3]{m_{mon}} = 2 \cdot 1,1794277 \cdot 10^{-5} \text{ cm g}^{-1/3} \sqrt[3]{1,780723 \cdot 10^{-33} \text{ g}} = 2,859127 \cdot 10^{-16} \text{ cm}. \quad (7.45)$$

Dopo, possiamo prendere in esame qualsiasi particella di massa conosciuta. Per esempio, un elettrone, la cui massa è $m_e = 9,1088434 \cdot 10^{-28} \text{ g}$, ha il raggio contratto

$$r'_e = K \sqrt[3]{m_e} = 1,1794277 \cdot \sqrt[3]{0,91088434} = 1,143297 \cdot 10^{-14} \text{ cm}. \quad (7.46)$$

Quindi, per la (7.43), il numero degli strati sferici o il numero dei monopoli disposti in fila lungo detto raggio è:

$$N_{strati} = \frac{1,143297 \cdot 10^{-14}}{2,859127 \cdot 10^{-16}} = 39,987626. \quad (7.47)$$

La seguente formula

$$N_{mon} = 8N_{strati}^3, \quad (7.48)$$

ci permette di trovare immediatamente il numero dei monopoli che costituiscono i diversi strati di qualsiasi particella. Conoscendo, invece, il numero dei monopoli che formano una particella, è possibile trovare il numero degli strati mediante la formula inversa:

$$N_{strati} = \sqrt[3]{\frac{N_{mon}}{8}}. \quad (7.49)$$

Se vogliamo conoscere direttamente il numero dei monopoli contenuto in un determinato strato, possiamo adoperare la seguente formula:

$$N_{mon} = 8[N_{strati} - (N_{strati} - 1)^3]. \quad (7.50)$$

Sapendo che un elettrone è formato da 511525 monopoli, applicando la (7.49) possiamo conoscere il numero degli strati sferici in cui detti monopoli si distribuiscono:

$$N_{strati} = \sqrt[3]{\frac{511525}{8}} = 39,987626. \quad (7.51)$$

Applicando la (7.50), invece, possiamo calcolarci, ad esempio, da quanti monopoli è formato l'ultimo strato dell'elettrone:

$$N_{mon} = 8 \cdot (39,987626 - 39^3) = 511525 - 474552 = 36973 \text{ monopoli} \quad (7.52)$$

dei quali 18486 positivi e 18487 negativi.

Evidenziamo come anche in queste ultime espressioni vi sono valori correlati al rapporto aureo, alla sezione aurea ed alla costante del sistema musicale in sezione aurea (o ai suoi multipli e/o divisori). Avremo infatti:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) + \frac{1}{30}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = 3,256669158;$$

$$D = 3,256669158 - 2,859127 = 0,397542 \cong 0,4 = 0,04 \cdot 10$$

per quanto concerne il diametro contratto di un monopo.

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{7.5} + \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 = 36,93238247 + 2,618034025 = 39,55041649;$$

$D = 39,987626 - 39,55041649 = 0,437209506 \cong 0,4 = 0,04 \cdot 10$ per quanto concerne il numero di strati sferici in cui i monopoli si distribuiscono.

Notiamo, infine, che il numero 8 che compare nelle formule (7.48)-(7.50) è un numero di Fibonacci.

Onde e corpuscoli

Ogni monopo che concorre a formare una particella elementare, oltre a ruotare attorno al proprio asse alla velocità costante $\sqrt{5}c$, rivoluisce attorno all'asse della particella ad una velocità che dipende dalla distanza dall'asse di rivoluzione. I monopoli che si trovano alla massima distanza dall'asse comune, hanno una velocità di rivoluzione uguale alla velocità di rotazione. Quindi, tutte le particelle elementari, indipendentemente dal numero dei monopoli costituenti, ruotano anch'esse

attorno al proprio asse alla velocità costante $\sqrt{5}c$. Ma oltre ad avere questo moto, le particelle elementari sono dotate anche di moto di traslazione. Lo spostamento di uno qualsiasi dei monopoli che costituiscono la particella elementare, individua lo spostamento dell'intero corpuscolo da una posizione alla successiva. Considerando, invece, solo il moto rotatorio delle particelle elementari, tutti i monopoli di cui si compone una particella elementare descrivono traiettorie circolari, aventi un asse comune, l'asse di rotazione.

L'energia cinetica di rotazione di una particella elementare, può essere facilmente calcolata con la seguente formula:

$$E_c = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{1}{5} m_x r^2 \frac{v^2}{r^2} = \frac{1}{5} m_x v^2. \quad (7.53)$$

Difatti, il momento di inerzia di una sfera omogenea ruotante intorno al proprio asse A è data dalla seguente formula $I = \frac{8}{15} \pi \rho R^5$. Sapendo che la massa della sfera è: $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$, per sostituzione otteniamo: $I = \frac{2}{5} MR^2$ e l'energia cinetica di rotazione di una sfera omogenea è:

$$E_c = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} MR^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{1}{5} MR^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2.$$

Se consideriamo una qualsiasi particella subatomica come una sfera infinitesimale dotata di moto rotatorio, il suo momento d'inerzia è: $I = \frac{2}{5} m_x r^2$; e la sua energia cinetica di rotazione è:

$$E_c = \frac{1}{5} m_x r^2 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2, \text{ nelle quali } m_x \text{ è la massa della particella considerata ed } r \text{ il suo raggio.}$$

Una particella che si trasla in un mezzo fluido incompressibile (Koilon o, nella nostra moderna visione scientifica, l'energia/materia oscura), per la resistenza incontrata, contrae radicalmente il suo volume. E poiché ogni particella è formata da altre particelle più piccole, è evidente che la distanza che le separa si accorcia. Così, diminuendo il volume e rimanendo costante la massa, la densità aumenta. Il momento d'inerzia assume quindi, per la stessa particella, valori diversi solo al variare di r . L'energia cinetica di rotazione, invece, dipende, oltre che da I , anche dal quadrato

della velocità angolare $\left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$ ove $T = \frac{2\pi r}{v}$. Supponendo che la velocità di rotazione di tutte le

particelle sia costante e sapendo che, per una stessa particella, r varia al variare della velocità di traslazione, l'energia cinetica di rotazione deve rimanere costante, sia che la particella si trasli o che si trovi in quiete, dato che anche T varia al variare di r . E così che si giunge alla formula (7.53).

Dato che la velocità di rotazione è, secondo la teoria del Giannone, $\sqrt{5}c$, l'energia cinetica di rotazione può essere calcolata anche con la formula relativistica $E = m_x c^2$.

Quanto finora detto è in accordo con la visione meccanicistica della natura di H. Hertz, la cui aspirazione era di trovare una concezione "unitaria" del mondo. Infatti, secondo Hertz, non solo si dà una sola specie di materia, cioè la massa puntiforme, che il Giannone identifica con le particelle Omicron (e che noi nella visione moderna identifichiamo con le stringhe tachioniche), create dalla "differenziazione" dell'unica sostanza originaria: il Koilon (che noi nella visione moderna identifichiamo con la materia/energia oscura), ma anche un'unica specie di energia: la cinetica.

Tutte le altre energie (elettromagnetica, chimica, termica, ecc.) sono prodotte dai movimenti di rotazione e di traslazione di infinitesime masse. Senza moto di rotazione o di traslazione dei corpi non vi può essere nessuna manifestazione d'energia. (Questo è in accordo anche con la teoria delle stringhe, considerate corpi infinitesimali, le cui vibrazioni possono essere benissimo tradotte in

rotazioni e traslazioni di masse infinitesimali). Nel campo delle radiazioni, la frequenza più bassa è $f = 1$ Hz a cui corrisponde la lunghezza d'onda $\lambda = 3 \cdot 10^{10}$ cm e la velocità di propagazione $v = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Secondo i calcoli del Giannone, la particella che ruotando attorno al proprio asse dovrebbe emettere un'onda che ha le suddette caratteristiche, sarebbe formata da $2,3426554 \cdot 10^{47}$ particelle Omicron ed avrebbe una massa di $7,3698148 \cdot 10^{-48}$ g. Notiamo che

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^2 + \frac{1}{5}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = 2,741640825;$$

$$D = 2,741640825 - 2,3426554 = 0,398985 \cong 0,40 = 0,04 \cdot 10; \text{ e che}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^4 + \frac{1}{5}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = 6,977708956;$$

$$D = 7,3698148 - 6,977708956 = 0,392105 \cong 0,40 = 0,04 \cdot 10.$$

Come quindi, anche qui, esistono connessioni con il rapporto aureo, la sezione aurea e la costante del sistema musicale in sezione aurea.

La massa di questa ipotetica particella espressa in UMA, ricordando che un grammo-atomo di qualsiasi elemento contiene $6,0225225 \cdot 10^{23}$ atomi, è:

$$M = 7,3698148 \cdot 10^{-48} \text{ g} \cdot 6,0225225 \cdot 10^{23} \text{ g}^{-1} = 4,4384875 \cdot 10^{-24}, \quad (7.54)$$

che moltiplicata per 1 sec dà una costante che indicheremo con il simbolo H

$$H = 4,4384875 \cdot 10^{-24} \text{ UMA} \cdot 1 \text{ sec}. \quad (7.55)$$

Se dividiamo la massa di una determinata particella espressa in UMA per la costante H, troviamo la frequenza dell'onda emessa dalla particella in moto rotatorio attorno al proprio asse:

$$f = \frac{M}{H}. \quad (7.56)$$

La velocità di rotazione, che sappiamo per tale teoria essere uguale a $\sqrt{5}c$, può essere trovata anche con la seguente formula:

$$v = \sqrt{\frac{5hN}{H}}, \quad (7.57)$$

(dove $h = 6,6328334 \cdot 10^{-27}$ erg sec è la costante di Planck ed N è il numero di Avogadro). Infatti

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{5 \cdot 6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec} \cdot 6,0225225 \cdot 10^{23} \text{ g}^{-1}}{4,4384875 \cdot 10^{-24} \cdot 1 \text{ sec}}} = \sqrt{\frac{1,9973194 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1}}{4,4384875 \cdot 10^{-24} \cdot 1 \text{ sec}}} = \\ &= 6,708204 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}. \quad (7.58) \end{aligned}$$

Anche qui evidenziamo le correlazioni con il rapporto aureo, la sezione aurea e la costante del sistema musicale in sezione aurea. Avremo infatti:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^4 + \frac{1}{2.5}\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = 6,854102156 + 0,2472136 = 7,10131575 ;$$

$$D = 7,10131575 - 6,708204 = 0,39311175 \cong 0,40 = 0,04 \cdot 10.$$

La lunghezza dell'onda è data dalla seguente formula:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{cH}{M} = \frac{1,3315463 \cdot 10^{-13} \text{ cm}}{M}, \quad (7.59)$$

che deve essere uguale alla formula di de Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{mc}. \quad (7.60)$$

Infatti, esprimendo la massa in UMA e poi attribuendo i valori alle costanti otteniamo:

$$\lambda = \frac{hN}{Mc} = \frac{6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec} \cdot 6,0225225 \cdot 10^{23} \text{ g}^{-1}}{M \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}} = \frac{1,3315463 \cdot 10^{-13} \text{ cm}}{M}. \quad (7.61)$$

Adesso, come esempio, prendiamo in considerazione una particella avente una massa di $4,3446639 \cdot 10^{-33} \text{ g}$. Il raggio dell'onda emessa da questa particella ruotante su sé stessa è dato dalla seguente formula:

$$r_\lambda = \frac{\hbar}{mc}. \quad (7.62)$$

Sapendo che

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = \frac{6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}}{6,283185307} = 1,0556482 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}, \quad (7.63)$$

e che

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1},$$

avremo:

$$r_\lambda = \frac{1,0556482 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}}{4,3446639 \cdot 10^{-33} \text{ g} \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cm sec}^{-1}} = 8,0991936 \cdot 10^{-6} \text{ cm}. \quad (7.64)$$

La lunghezza d'onda è data da:

$$\lambda = 2\pi r_\lambda \quad (7.65)$$

e per la particella in esame $\lambda = 5,0888734 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$. Quindi la frequenza sarà:

$$f = \frac{c}{\lambda} = 5,8952145 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Applicando le formule del Giannone, troviamo gli stessi risultati. Infatti, dopo aver trasformato la massa della particella da grammi in UMA:

$$M = 4,3446639 \cdot 10^{-33} \text{ g} \cdot 6,0225225 \cdot 10^{23} \text{ g}^{-1} = 2,6165836 \cdot 10^{-9} \text{ UMA}, \quad (7.66)$$

troviamo:

$$f = \frac{M}{H} = \frac{2,6165836 \cdot 10^{-9}}{4,4384875 \cdot 10^{-24} \text{ sec}} = 5,8952146 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1};$$

$$\lambda = \frac{cH}{M} = \frac{1,3315463 \cdot 10^{-13} \text{ cm}}{2,6165836 \cdot 10^{-9}} = 5,0888735 \cdot 10^{-5} \text{ cm}. \quad (7.67)$$

Per trovare l'energia portata dall'onda, applichiamo l'equazione di Planck:

$$E = hf; \quad E = 6,6328334 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec} \cdot 5,8952146 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1} = 3,9101976 \cdot 10^{-12} \text{ erg}. \quad (7.68)$$

L'energia cinetica di rotazione della particella è:

$$E = mc^2 = 4,3446639 \cdot 10^{-33} \text{ g} \cdot 9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2} = 3,9101976 \cdot 10^{-12} \text{ erg}. \quad (7.69)$$

Dall'uguaglianza tra i due precedenti risultati appare chiaro che l'energia portata dall'onda emessa dalla particella è uguale all'energia cinetica di rotazione. Ciò vuol dire che la particella, ruotando su sé stessa alla velocità $\sqrt{5}c$, emette un'onda che si propaga nello spazio koilonico (cioè nello spazio "pieno" di materia/energia oscura) alla velocità c e che porta un'energia uguale all'energia cinetica di rotazione della particella.

Anche in questo caso, possiamo evidenziare le connessioni con il rapporto aureo, la sezione aurea e la costante del sistema musicale in sezione aurea. Infatti, avremo:

$$\frac{1}{2}(8,0991936 - 8) - \frac{1}{70} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) = 0,0495968 - 0,0088290 = 0,0407678 \cong 0,040$$

per quanto concerne il valore del raggio dell'onda emessa da una particella ruotante su sé stessa. Il valore della massa della particella in UMA è molto vicino al quadrato del rapporto aureo. Infatti:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 = 2,618034025 \cong 2,6165836.$$

Per quanto concerne il valore della lunghezza d'onda $5,0888735$ questo è un numero molto vicino a 5 , che è un numero di Fibonacci. Inoltre:

$$\frac{1}{2}(5,0888735 - 5) = \frac{1}{2}(0,0888735) = 0,04443675 \cong 0,040.$$

Infine, per quanto riguarda il valore dell'energia portata dall'onda, abbiamo la seguente connessione:

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^3 + \frac{1}{10} \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} \right) = 4,236068066 + 0,0618034 = 4,297871466;$$

$$D = 4,297871466 - 3,9101976 = 0,387673865 \cong 0,40 = 0,040 \cdot 10.$$

Per concludere, evidenziamo che tutto ciò che è stato descritto in questo capitolo può essere benissimo correlato alla Teoria delle Stringhe e precisamente alla formula inerente il modello Palumbo-Nardelli che mette in relazione di corrispondenza l'azione di stringa bosonica con l'azione di superstringa. Come esempio, evidenziamo come le formule (7.23) e (7.28), connesse con il valore di π , siano correlabili alle equazioni (2.5), (2.6) e (2.9). Avremo infatti:

$$\begin{aligned}
& \frac{x' \gamma m_e}{(2R_U)^2} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \int_0^\infty \frac{1}{2\kappa_{10}^2} \int d^{10}x (-G)^{1/2} e^{-2\Phi} \left[R + 4\partial_\mu \Phi \partial^\mu \Phi - \frac{1}{2} |\tilde{H}_3|^2 - \frac{\kappa_{10}^2}{g_{10}^2} Tr_v \left(|F_2|^2 \right) \right] = \\
& = - \int d^{26}x \sqrt{g} \left[-\frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} Tr(G_{\mu\nu} G_{\rho\sigma}) f(\phi) - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi \right] \Rightarrow . \\
& \Rightarrow \frac{\pi(\sqrt{142})}{\log \left[\sqrt{\left(\frac{10+11\sqrt{2}}{4} \right)} + \sqrt{\left(\frac{10+7\sqrt{2}}{4} \right)} \right]} = 24. \quad (7.70)
\end{aligned}$$

È importante evidenziare anche che il numero 24, che si trova all'interno dell'equazione modulare di Ramanujan che esprime il valore di π e che è una funzione modulare ellittica che soddisfa la "simmetria conforme", sono il numero di "modalità" le quali corrispondono alle vibrazioni fisiche di una stringa bosonica.

Ringraziamenti

Il coautore del presente lavoro Michele Nardelli, desidera ringraziare il Dott. **Christian Lange** per i suoi geniali contributi, indispensabili per la stesura del presente lavoro.

Bibliografia

- [1] Christian Lange "Progetto Vorteggs" – Nexus Anno XIII n. 65-66-67.
- [2] Renato Caccioppoli "Ovaloidi di metrica assegnata" – Commentationes Pontificiae Acc. Sc., v. 4 (1940) 1-20.
- [3] M. Aganagic, J. Park, C. Popescu and J. Schwarz "Dual D-Brane Actions" – hep-th/9702133.
- [4] M. Nardelli, F. Di Noto, A. Tulumello "Sulle possibili relazioni matematiche fra Funzione zeta di Riemann, Numeri Primi, Serie di Fibonacci, Partizioni e Teoria di Stringa" - CNRSOLAR 113BC2006 – 07.11.2006.

[5] M. Giannone “KOILON Per una teoria unitaria della materia e dell’Universo” – Antonio Giannone Editore – Palermo (Gennaio 1985).

Riguardo al modello Palumbo-Nardelli è possibile consultare il seguente lavoro:

A. Palumbo, M. Nardelli “The Theory of string : a candidate for a generalized unification model” – Boll. Soc. Natur. Napoli – Nuova Serie – Vol. III – (2005-2006)

Finito di stampare nel mese di Giugno 2007
presso DI. VI. Service – Via Miranda, 5D – 80131 Napoli