Числофизика (рекуррентная формула)
Number physics (recursive formula)

Александр Васильевич Исаев
(Alexander Vasilievich Isaev)

Abstract
Рекуррентная формула Исаева от 20 мая 2018 (история открытия формулы).

The author's recurrent formula from May 20, 2018 (history of the discovery of the formula).

О Г Л А В Л Е Н И Е

Главы 1, 2, 3, 4, 5, 6 – см. в первой части книги: «Числофизика: почему не видно 95,1 % состава Вселенной (числовая модель № 4)».

7. История моего открытия

В электронной таблице «Excel» мне удалось построить матрицы для первых 15-ти К-моделей (К-2, К-3, К-4, …, К-16). В табл. 6.1 приведены основные полученные результаты.

Полмесяца (вплоть до 20 мая 2018 г.) автор искал наилучший способ *экстраполяции* параметра D для $K > 15$. При этом автор полагал (и даже писал в своих текстах), что D нельзя вычислить иначе, как только с помощью К-матрицы. Однако высота (H) матриц стремительно нарастала (почти *удваиваясь* с последующим K, см. табл. 6.1), поэтому б*о*льшие матрицы можно было обсчитать только с помощью специальной программы на ПК (которые автор сам писал в Маткаде ещё лет 6 назад, но теперь эти навыки трудно восстановить). И тут мне очень активно взялся помочь один крутой программист. Сначала он вообще решил *немедленно* (в режиме он-лайн!) научить меня, «чайника», написать нужную мне программу (макрос в Excel). То есть он готов был потратить на меня изрядное время. Но после трех своих обстоятельных писем (и моих ответов на них), когда программист полностью вник в суть задачи, а, самое главное, – понял всю *важность* своей работы (программы) для меня, то вдруг… прислал такое письмо (мне – «как обухом по голове»).

«*… Прошу меня понять. Приоритет моих договоров с заказчиками, побеждает Вашу интересную, расчетную, но не финансируемую задачу. Заказчики заплатили деньги и ждут от меня результатов. Прекрасно понимаю, Ваши стесненные условия, но благотворительностью заниматься нет возможности. Природа сделала так, что ... любовь приходит и уходит, а кушать хочется всегда. В августе планирую отпуск, вот тогда может и займусь. А до этого ни как. Извините*.»

При этом, всего через 4 дня этот крутой специалист, как ни в чем не бывало, опубликовал на портале свой очередной блестящий технический опус (красота оформления – это его конёк). А ведь «мою» нехитрую программку (её алгоритм я и сам могу написать) он мог бы сделать буквально за день ...

С годами всё глубже и яснее понимаю слова поэта:

«***Кто жил и мыслил, тот не может***
В душе не презирать людей; …»

Эти слова А. С. Пушкина (из «Евгения Онегина») очень метко выражают одну из главных причин того, что 20 лет назад я с головой ушёл в кристально чистый и честный мир чисел (фактически, изолировав себя от общества). Однако мир чисел – это, по-своему, также весьма… коварный и жестокий мир, поскольку он безжалостно разоблачает скудность ума… самого исследователя, часто доводя его до полного отчаяния, самобичевания, самоедства (впрочем, подобное уже зависит от душевного склада человека) …

Но вернемся к истории моего удивительного открытия. Следует заметить, что по моему разумению, даже супер-программа смогла бы дойти, скажем, только до модели К-54 (высота матрицы $H \approx 10^{16}$ строк) – и лишь этот факт меня утешал после «хитрого» отказа программиста – никакая программа (по К-матрицам) не способна точно решить поставленную мною задачу (найти такой номер K, для которого $D \approx 0,951$).

Исходные данные (из 15-ти первых матриц) Таблица 6.1

№ п/п простого числа **K**	Старшее простое число **P**	Высота пика матрицы **S**	Разница соседних пиков $S_К - S_{К\text{-}1}$	Логарифм натураль. числа K **ln K**	Предельная доля невидимых чисел **D**	Предельная доля видимых чисел **1 – D**	Высота пика над плато **S – D**	Кол-во строк в матрице **H**	Праймориал, деленый на 2, т.е. произведение простых чисел матрицы: 3*5*7*... *P **Полупрайм** (матрицы)
1	2	0	–	0	0	1			
2	3	0,33333	0,333333	0,69315	0,333333	0,666667	0	1	3
3	5	0,53333	0,200000	1,09861	0,466667	0,533333	0,066667	3	15
4	7	0,67619	0,142857	1,38629	0,542857	0,457143	0,133333	7	105
5	11	0,76710	0,090909	1,60944	0,584416	0,415584	0,182684	15	1 155
6	13	0,84402	0,076923	1,79176	0,616384	0,383616	0,227639	31	15 015
7	17	0,90285	0,058824	1,94591	0,638949	0,361051	0,263897	63	255 255
8	19	0,95548	0,052632	2,07944	0,657952	0,342048	0,297526	127	4 849 845
9	23	0,99896	0,043478	2,19722	0,672824	0,327176	0,326132	255	111 546 435
10	29	1,03344	0,034483	2,30259	0,684106	0,315894	0,349333	511	3 234 846 615
11	31	1,06570	0,032258	2,39790	0,694296	0,305704	0,371401	1023	100 280 245 065
12	37	1,09272	0,027027	2,48491	0,702558	0,297442	0,390166	2047	3 710 369 067 405
13	41	1,11711	0,024390	2,56495	0,709813	0,290187	0,407301	4095	152 125 131 763 605
14	43	1,14037	0,023256	2,63906	0,716561	0,283439	0,423809	8191	6 541 380 665 835 010
15	47	1,16165	0,021277	2,70805	0,722592	0,277408	0,439055	16383	307 444 891 294 246 000

А затем произошло нечто невероятное.

20 мая 2018 г. (в воскресенье) автор с утра плотно работал на ПК, «окучивая» первые 14-ть значений D, найденных мной по матрицам моделей К-2, К-3, …, К-15. За полдня работы голова, как обычно, устала, поэтому после обеда я прилег на тахту и уснул (глубокий дневной сон даже на 15 минут – прекрасно освежает голову). Проснулся минут через тридцать от того, что во сне «вдруг» ясно увидел, что именно *полупрайм* матрицы – это якобы короткий путь к аналитическому вычислению D в любой К-модели, причем без построения к-матрицы (!).

Сразу бросился к ПК и, как уже было не раз, разочаровался в «гениальной» идее, пришедшей ко мне во сне. Однако при этом я впервые «вдруг» увидел поразительное равенство:

$$(D_К - D_{К-1})/(S_К - S_{К-1}) = (1 - D_К)\ , \qquad (7.1)$$

которое связывало между собой параметры К-матрицы с параметрами предыдущей матрицы ($K - 1$). Это означало, что существует *рекуррентная* формула и для вычисления всех прочих D

(для $K > 15$) никакие матрицы… вообще НЕ нужны! Открытие было настолько *простым* и неожиданным, что я долго отказывался в него поверить и стал всё многократно перепроверять. Однако никаких ошибок не нашел. Осталось только изумление.

Поскольку для всякой К-модели (её матрицы):

$$S_К = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \ldots + \frac{1}{P_К}\ , \qquad (7.2)$$

то, значит, разница ($S_К - S_{К-1}$) будет равна следующему:

$$S_К - S_{К-1} = \frac{1}{P_К}\ , \qquad (7.3)$$

а сама ***рекуррентная формула Исаева*** принимает такой вид:

$$\boldsymbol{D_К = \frac{1}{P_К} + (1 - \frac{1}{P_К})\cdot D_{К-1}}\ , \qquad (7.4)$$

где $P_К$ – старшее невидимое *простое число* в К-модели, для которой мы вычисляем предельную долю $D_К$, зная предельную долю ($D_{К-1}$) предыдущей (К – 1)-модели.

Самое обидное, что опять подвела моя… лень, опять я проигнорировал поразительную мощь аналитических решений (над которыми всегда имеет смысл поломать голову). Ведь формулу (7.4) можно увидеть даже из матрицы модели… К-3:

$$D_3 = 1/3 + 1/5 - 1/(3\cdot 5) = 1/5 + (1 - 1/5)\cdot 1/3,$$

где $1/3 = D_3$ – это предельная доля в модели К-2. Аналогичным образом и следующая матрица (модели К-5) также ещё вполне позволяет разглядеть формулу (7.4). Разумеется, это сейчас так легко об этом говорить, задним числом – мы все такие умные. Но всё-таки обидно. Этим и опасен мир чисел для простаков.

Формула (7.4) означает, что K-ая предельная доля ($D_К$) – это хитроумная функция (которую можно записать некой формулой?) всех невидимых *простых чисел* данной К-модели. Например, для модели К-5 получаем такое выражение:

$$D_5 = 1/P_5 + (P_5 - 1)/(P_5\cdot P_4) + (P_5 - 1)(P_4 - 1)/(P_5\cdot P_4\cdot P_3) +$$
$$+ (P_5 - 1)(P_4 - 1)(P_3 - 1)/(P_5\cdot P_4\cdot P_3\cdot P_2), \qquad (7.4.1)$$

где $P_К \sim K\cdot\ln K$ (и в данной модели $K = 2, 3, 4, 5$), и хотя это самая грубая (асимптотическая) формула, зато самая простая, в принципе позволяющая «расписать» формулу (7.4.1). Сам автор пытался это сделать, но быстро запутался (возможно, опять моя лень утаила от меня очередное «великое открытие»).

Итак, если бы мне удалось найти формулу (7.4) с самого начала, то вообще не пришлось строить ни одной матрицы (!):
$D_\infty = 1/\infty + (1 - 1/\infty)\cdot(-1) = -1$ (у простого $P = 1$ имеем $K = \infty$);
$D_1 = 1/\mathbf{2} + (1 - 1/\mathbf{2})\cdot(-1) = 0$ (простое число 2 мы видим);
$D_2 = 1/\mathbf{3} + (1 - 1/\mathbf{3})\cdot 0 = 1/3 = 0{,}333333\ldots$;
$D_3 = 1/\mathbf{5} + (1 - 1/\mathbf{5})\cdot 1/3 = 7/15 = 0{,}466666\ldots$;
$D_4 = 1/\mathbf{7} + (1 - 1/\mathbf{7})\cdot 7/15 = 57/105 = 0{,}542857\ldots$; и т.д.

Первая строчка (для D_∞) – это всего лишь попытка автора вникнуть в *тайную, совершенно особую* суть единицы (числа N = 1). Если единицу считать простым числом $P = 1$ (что математики иногда делают), то тогда его порядковый номер (в ряде всех простых чисел) – это… *бесконечность* ($K \to \infty$), поскольку согласно важнейшей формуле *теории чисел*: $\boldsymbol{K \sim P/\ln P} = 1/\ln 1 \to \infty$ (при $P \to 1$). Поэтому вместо *простого числа* 1 в моей первой строчке фигурирует именно бесконечность (∞). А вот далее идет сфера неведомого: если $D_\infty = 1$, то это значит (по нашему определению), что мы не видим 100 %, однако число 1 мы явно видим (иначе бы мы не увидели НИЧЕГО); если $D_\infty = 0$, то тогда мы не увидим простое число 2 ($D_1 = 0{,}5$), с чем автор теперь также не согласен (см. гл. 1); поэтому автор нашёл «компромисс» $D_\infty = -1$ (из сферы неведомого, объясните это сами).

Поскольку у автора в ПК хранится массив первых 120 000 *простых чисел* (до P = 1 583 539), то для модели К-120000 (!) буквально через… считанные минуты была найдена точная предельная доля: D = 0,921 341 451 839 509… .

«Случайное» открытие рекуррентной формулы (7.4) буквально потрясло меня. (Разумеется, в этом не только игра случая, но также и полное «погружение» автора в тему и его долгие, всевозможные «манипуляции» на ПК.) Причем нечто подобное уже не раз происходило со мной за 20 лет исследований мира чисел. И потрясает даже не само значение (важность) сделанного открытия (это оценят только потомки?), а тот факт, что оказалась вдруг «обесцененной» огромная, напряженная работа, которая привела к открытию (и без которой открытие вообще не могло бы состояться, во всяком случае, лично у меня). Это очень сложное чувство (и для меня – мучительное). Вероятно, так и в самом конце жизненного пути вполне может наступить момент, когда вдруг поймешь, что вся жизнь прожита… напрасно.

Замечание 7.1. Если полагать, что первое простое число 2 мы НЕ видим (как было в первых трех книгах «Числофизики»), то формула (7.4) также абсолютно точно срабатывает:
$D_\infty = 1/\infty + (1 - 1/\infty)\cdot 0 = 0$ (у простого $P = 1$ имеем $K = \infty$);
$D_1 = 1/\mathbf{2} + (1 - 1/\mathbf{2})\cdot 0 = 1/2$ (простое число 2 мы НЕ видим);
$D_2 = 1/\mathbf{3} + (1 - 1/\mathbf{3})\cdot 1/2 = 2/3 = 0{,}666666\ldots$;
$D_3 = 1/\mathbf{5} + (1 - 1/\mathbf{5})\cdot 2/3 = 11/15 = 0{,}733333\ldots$;
$D_4 = 1/\mathbf{7} + (1 - 1/\mathbf{7})\cdot 11/15 = 27/35 = 0{,}771428\ldots$; и т.д.

При P = **94351** (его порядковый номер K = 9101) рекуррентная формула нам выдает заветную предельную долю D = 0,95100001…, поискам которой посвящались первые три книги «Числофизика» (а здесь только одна простенькая формула и сразу – абсолютно точный ответ!). В рамках модели К-9101 при рассмотрении текущего отрезка [1; N] первые приближения текущей (или средней) доли к предельной доли (D = 0,951) начнут проявляться уже при $N \sim P^3 \approx 10^{15}$ (выход на плат***о***, см. гл. 9).

Вполне ожидаемо, что предельная доля в данной версии (когда число 2 мы не видим) достигается гораздо раньше (при существенно меньшем P), нежели, в новой версии (когда число 2 мы видим). Иначе говоря, для каждого старшего невидимого простого числа P (за каждым из них – скрыта своя К-модель) мы знаем, как находить б***о***льшую долю (D) и м***е***ньшую долю (D_2, когда 2 видим) при этом на лицо следующая тенденция:

$$\frac{D}{D_2} - 1 \to \frac{1 - D_2}{2} \quad , \tag{7.5}$$

что можно записать и так: $D \to 1 + (1 - D_2)\cdot D_2/2$, и уже при $P \approx$ 16 400 000 справа в (7.5) мы получаем почти половину видимой доли: $(1 - D_2)/2$. Более точная оценка здесь такова ($R^2 = 1$):

$$\frac{D}{D_2} - 1 \approx \frac{0{,}4488}{(\ln K)^{0{,}957}} \quad . \tag{7.6}$$

Однако, помимо всего прочего (см. гл. 1), эта версия (когда мы не видим 2) снимает всякий налет некой *таинственности* с единицы (числа $N = 1$), делая единицу рядовым числом, которое мы всегда видим (поскольку $D_\infty = 0$). Более того, внутри формулы $D_\infty = 1/\infty + (1 - 1/\infty)\cdot 0 = 0$ стоит красный нуль, то есть мы якобы «видим» (якобы прекрасно понимаем, знаем) и то, что предшествует единице. А ведь на числовой оси единице предшествуют вещественные *экзочисла* (0 < Э < 1), про которые мы (на самом деле) почти ничего не знаем – мы их явно почти «не видим», по крайней мере, с точки зрения *числофизики*.

Замечание 7.2. Формула (7.4) также абсолютно точно срабатывает и для ***натуральных*** К-матриц, то есть матриц (всевозможных сочетаний), в которых вместо первых невидимых *простых чисел* (P = 2, 3, 5, 7, 11, …) стоят их порядковые номера (в ряде всех простых чисел): K = 1, 2, 3, 4, 5, … (см. гл. 5). Ведь нетрудно убедиться, что любая *натуральная* К-матрица (которые легко строить) дает нам именно $D = 1$ (то есть мы не видим 100 %, НИЧЕГО не видим) и такой же результат дает формула (7.4) для любого K = 1, 2, 3, 4, … и это не зависит исходного D (при $K = 1$) – это может быть любое число (которое при $K = 1$ будет умножаться на ноль). Получаем $D_к = 1$ для любого K.

8. Конец долгой погони за 95,1 %

С точки зрения *числофизики* главный вопрос в данной книге (и в трех предшествующих книгах) звучит так – при каком *количестве* (K) первых невидимых простых чисел *предельная* доля (D) всех невидимых натуральных чисел достигает пресловутого значения $D = 0{,}951$ (то есть **95,1 %** – именно столько физики не видят от всего состава Вселенной). Именно поэтому в данной главе автор постарается ответить на поставленный вопрос с максимально возможной (на сегодня) точностью.

Из *теории чисел* известна формула для вычисления *простого числа* (P^*) по его порядковому номеру (K):

$$P^* = K \cdot \ln K \cdot \{1 + (\ln\ln K - 1)/\ln K + (\ln\ln K - 2)/(\ln K)^2 + \\ + [-0{,}5 \cdot (\ln\ln K)^2 + 3 \cdot \ln\ln K - 11/2]/(\ln \mathrm{K})^3\} \qquad (8.1)$$

При $K > 45$ (при $P > 197$) относительная погрешность (ОП) данной формулы всегда меньше ОП формулы $P = K \cdot \ln K$. Причем при $K > 5304$ выражение в фигурных скобках начинает бесконечно убывать (устремляясь к нулю при $K \to \infty$).

Автор «адаптировал» формулу (8.1) под свою задачу:

$$P = P^*/[1 - (\ln\ln K)^3/(\ln K)^4/0{,}97]\ , \qquad (8.2)$$

где эмпирический коэффициент (автора) 0,97 приводит формулу (8.1) почти к реальным значениям P при $K \approx 120\,000$ (и несколько меньше этого). Всё прочее, повторяю, взято из общеизвестной *теории чисел* (см. в Википедии статью: «Функция распределения простых чисел»).

Используя формулы (8.1) и (8.2), вычисляем все простые числа вплоть до $P \approx 16\,294\,623$ (у которого $K \approx 1\,048\,566$, а все возможные неточности не имеют принципиального значения). Данное число лимитировано количеством строк на странице «Excel», а также обычным здравым смыслом. Ведь иначе нам потребуется почти в 370 (!) раз больше строк «Excel» с подобными вычислениями (см. ниже). Вплоть до указанного P вычисляем предельную долю (D) по рекуррентной формуле (7.4) и получаем: $D \approx 0{,}932\ 377\ 351\ 533\ 482\ldots$ (где можно ручаться, по крайней мере, за шесть цифр после запятой?).

Сделаем первую грубую оценку P (номера K) при котором $D \approx 0{,}951$. Для этого воспользуемся *линией тренда*, построенной для отрезка от $K = 88$ до $K = 1\,048\,566$:

$$\mathbf{1 - \boldsymbol{D} \approx A/(ln\boldsymbol{K})^B}\ , \qquad (8.3)$$

где $\mathrm{A} = 0{,}6687$ и $\mathrm{B} = 0{,}869$ (при этом $\mathrm{R}^2 = 1$). Эта формула дает нам $D = 0{,}951001$ при $K \approx 615\,000\,000$, что существенно больше реального искомого K (это станет ясно ниже). Но главное, что параметр $R^2 = 1$ дает нам уверенность в «легитимности» самой формулы (8.3) для дальнейших нехитрых исследований.

Для наших «идеальных» простых чисел P (найденных по формулам 8.1 и 8.2) на отрезке от K = 1 038 566 до K = 1 048 566 для каждого K вычисляем такие параметры (из формулы 8.3):

$$\mathrm{B} \equiv \ln[(1 - D_{\text{К}})/(1 - D_{\text{К}-1})]/\ln[\ln(K_{\text{К}-1})/\ln(K_{\text{К}})], \qquad (8.4)$$

$$\mathrm{A} \equiv (1 - D_{\text{К}})\cdot[\ln(K_{\text{К}})]^{\mathrm{B}} \; . \qquad (8.5)$$

Затем строим такие линии тренда (при этом в обоих случаях $R^2 = 1$) для параметров А и В из формулы (8.3):

$$\mathrm{A} \approx 0{,}5449\cdot(\ln K)^{0{,}0984} \; , \qquad (8.6)$$

$$\mathrm{B} \approx 0{,}7989\cdot(\ln K)^{0{,}042} \; . \qquad (8.7)$$

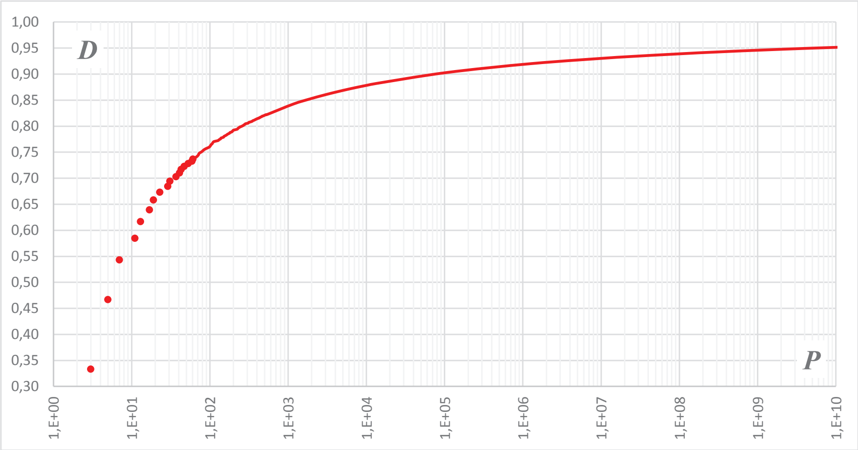

Рис. 8.1. Рост предельной доли (D) с ростом старшего невидимого P

И вот теперь всё та же формула (8.3) дает нам наиболее точное значение (в рамках наших относительно простых вычислений) D = 0,9510001, то есть ***D* = 95,1 %** **при *K* ≈ 385 800 000** ≈ $3{,}8\cdot10^8$, то есть при ***P* ≈ 8 412 820 235** ≈ $8{,}4\cdot10^9$ (что довольно близко к *отношению числа фотонов к числу барионов* – это один из основных параметров нашей Вселенной). Напоминаю, что вплоть до этого P мы «не видим» ни одного натурального числа (ни простого, ни составного, то есть не видим *ничего*). График, построенный по формуле (8.3) представлен на рис. 8.1.

Найденное нами $P \approx 8{,}4 \cdot 10^9$ (старшее невидимое простое число в данной К-модели, где $K \approx 3{,}8 \cdot 10^8$) говорит о том, что текущая *средняя* доля ($D_{ср}$) по своему численному значению начинает приближаться к *предельной* доле ($D = 0{,}951$, то есть начинает выходить на плат***о***) примерно при $N \approx P^3 \approx 5 \cdot 10^{29}$. Начиная примерно с таких чисел N (если бы мы исследовали натуральный ряд «в лоб», условно говоря, путем перебора на ПК всех $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,\ldots$), мы бы уже смогли предположить (только по динамике изменения $D_{ср}$), что $D \approx 95{,}1$ %. И нечто подобное может происходить с физиками, когда они говорят про 95,1 % невидимого состава Вселенной? Возможно, и в этом вопросе мир чисел сможет, ну хотя бы отчасти, «промоделировать» пространство-время в части его невидимости.

Разумеется, что полученные таким (всё ещё относительно простым) образом K и P являются лишь приблизительными значениями (в которых можно ручаться за порядок величины).

Максимально точный результат мы получим, если будем вычислять на ПК предельную долю (D) по *рекуррентной* формуле (7.4) вплоть до $P \approx 8\,412\,820\,235$ (или близко к этому).

Зная старшее невидимое простое число $P \approx 8{,}4 \cdot 10^9$ (в модели К-$3{,}858 \cdot 10^8$), приводящее нас к заветной предельной доли $D = 0{,}951$, – мы можем точно указать натуральное число N, при котором текущая *средняя* доля ($D_{ср}$) практически сливается (скажем, по меркам экспериментальной физики) с *предельной* долей (D). Это произойдет, когда число N достигнет ***полупрайма*** модели К-$3{,}858 \cdot 10^8$ (см. обоснование этого в гл. 6), то есть когда $\boldsymbol{N \sim 10^{10^{11}}}$. В последующем абзаце дается краткое пояснение.

Из формулы ***Стирлинга*** следует, что прайм (*праймориал* #) большого K-го *простого числа* ($P_к \sim K \cdot \ln K$) по порядку величины близок к следующему числу:

$$P\# \approx e^{K \cdot \ln K} = 10^{0{,}4343 \cdot K \cdot \ln K}. \qquad (8.8)$$

Эта формула при $P \approx 8\,412\,820\,235$ (его порядковый номер K = 385 800 000) дает нам такое гиперчисло: $P\# \sim e^{183\,845\,550\,706} = 10^{79\,843\,108\,194} \sim 10^{10^{11}}$. При этом мы будем условно (для упрощения разговора) полагать, что по порядку величины именно этому гиперчислу и равен наш искомый *полупрайм* (если совсем точно, то он равен *половине* найденного нами прайма: $P\#/2$).

Итак, в мире натуральных чисел на отрезке числовой оси от единицы ($N = 1$) и, скажем, до гиперчисла $\boldsymbol{N \sim 10^{10^{11}}}$, мы не увидим **95,1 %** всех натуральных чисел (простых и составных) при таких условиях (наших гипотезах). Во-первых, мы не видим порядка $K \sim \mathbf{10^8}$ первых *простых чисел* (P = 3, 5, 7, 11, 13, …, $\mathbf{10^{10}}$), а все б***о***льшие простые числа (а также числа 1 и 2) – мы видим. Во-вторых, всякое *составное* число N составлено (в каноническом виде) из простых чисел, но если хоть одно из его простых чисел – невидимое, то и составное число мы не видим.

В рамках *числофизики* мы получаем такую картину. *Планковская длина* ($\sim 10^{-35}$ м) – это тот предел, «глубже» которого современная физика (весь её математический аппарат) перестает работать. При этом физики не видят **95,1 %** состава Вселенной. И здесь можно предположить (просто гипотеза числофизики), что если бы физики-теоретики смогли продвинуть свою физику (её математический аппарат) «глубже» на $10^8…10^{10}$ порядков (то есть до $10^{-43}…\ 10^{-45}$ м), то тогда они бы увидели (поняли, объяснили) 100 % состава Вселенной. Подобно тому, как видимость *всех* простых чисел автоматически приводит к видимости 100 % натуральных чисел (иначе надо пользоваться графиком на рис. 8.1).

Читателя не должно пугать число $\boldsymbol{N \sim 10^{10^{11}}}$ (в рамках числофизики – это вполне возможный размер Вселенной). Поскольку почти такое же число присутствует и физике (в космологии) в сценарии ***хаотической инфляции***, впервые описанного в 1983 году в работе известного физика-теоретика Андрея Линде (р. 1948 г.). Главным отличием этой теории является быстрая скорость роста размеров Вселенной в период инфляции

– за крохотное время (порядка 10^8 планковских времен) размеры Вселенной выросли от *планковской длины* до колоссальных размеров порядка $\mathbf{10^{10^{12}}}$ (хоть в планковских длинах, хоть в световых года – это абсолютно всё равно, ибо для столь колоссального числа все наши размерности просто… теряют всякий смысл). Причем размер Вселенной оказывается намного больше размеров наблюдаемой в настоящее время Вселенной.

9. Динамика текущей доли

После открытия удивительно простой рекуррентной формулы (7.4) вычисление *предельной* доли (D) в рамках любой к-модели стало чисто технической задачей (проблемы если и возникают, то исключительно в связи с поиском *больших* простых чисел). Поэтому особый интерес теперь вызывает *текущая* доля ($D_{\text{т}}$). Вкратце вспомним что это такое и подробно исследуем.

Текущая доля ($D_{\text{т}}$) всех *невидимых* натуральных чисел на текущем отрезке [1; N] вычисляется для каждого натурального числа $N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$ (в рамках конкретной к-модели) по следующей очевидной формуле:

$$D_{\text{т}} \equiv \frac{Z}{N}\ , \tag{9.1}$$

где Z – количество всех *невидимых* натуральных чисел на отрезке [1; N]. Очевидно, что во всех к-моделях (при условии, что мы всегда видим числа 1 и 2) подсчет параметра Z будет начинаться со второго простого числа $N = 3$ (для этого числа во всех к-моделях получаем: $D_{\text{т}} = 1/3 = 0{,}333\dots$).

При рассмотрении всех натуральных чисел отрезка [1; N] на примере модели К-15 мы можем наблюдать, как график *текущей* доли $D_{\text{т}} = f(N)$ устремляется к предельной доле (D) по мере роста правой границы N.

Точка пика – это число N, при котором текущая доля достигает своего пика. В модели К-15 это такая точка: $N = 52$.

В любой К-модели пик текущей доли ($D_т$) будет приходиться на такое (очевидное для нас) число:

$$N = (P_в - 1)\ , \qquad (9.2)$$

где $P_в$ – первое *видимое* простое число ($P_в = 53$ в нашей модели К-15), которое следует непосредственно за старшим *невидимым* простым числом (в нашем примере: $P_к = 47$, а $P_{к+1} \equiv P_в = 53$).

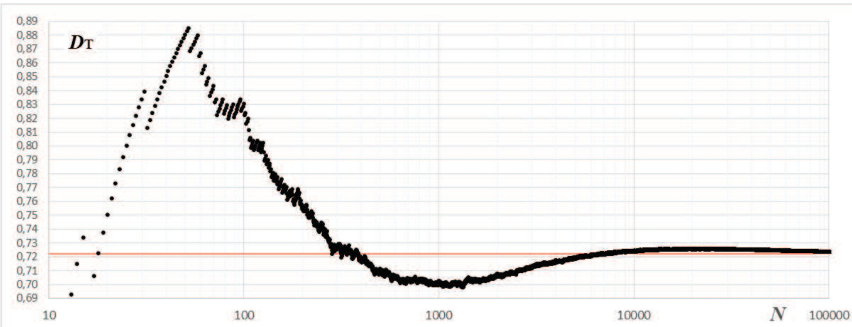

Рис. 9.1. Динамика текущей доли ($D_т$) модели К-15

Пик текущей доли $(D_т)_{max}$ – это максимально возможное значение текущей доли в рамках данной К-модели, которое существенно превосходит *предельную* долю (в нашем примере $D = 0{,}72259\ldots$, это красная линия на графике, которую пик существенно превосходит). Параметр $(D_т)_{max}$ можно вычислить для любой К-модели. Для этого нетрудно вывести формулу.

Очевидно, что на отрезке от единицы (1) и до числа $P_в = 53$ мы увидим только $N = 1$ и все числа, равные целым степеням числа 2 (видимого нами), а именно пять таких чисел: $N = 2, 4, 8, 16, 32$. В самом общем случае (для любой К-модели) таких чисел наберется следующее количество: $A(\ln P_в/\ln 2)$ – это *целая часть* (*антье*) числа, которое получится из выражения, стоящего в скобках, например, в нашем случае мы получаем: $A(\ln 53/\ln 2) = A(5{,}7) = 5$ (пять чисел, которые мы видим помимо единицы).

Значит, вплоть до числа $N = P_в - 1$ мы не увидим такое количество целых чисел: $(P_в - 1) - [A(\ln P_в/\ln 2) + 1]$, а максимальная текущая доля находится по очевидной теперь формуле:

$$(D_т)_{max} = 1 - [A(\ln P_в/\ln 2) + 1]/(P_в - 1). \qquad (9.3)$$

Именно по этой формуле мы получим $(D_т)_{max} = 46/52 \approx 0{,}8846$.

<u>Первое «пересечение»</u> предельной доли (D). У всех к-моделей (у которых $K > 7$) на пути к своему пику текущая доля ($D_т$) впервые пересекает красную линию при N, которое находится (путем подбора N^* на ПК) из такой формулы (которая вытекает из формулы 9.3):

$$D^* = 1 - [A(\ln N^*/\ln 2) + 1]/(N^* - 1). \qquad (9.4)$$

При $N^* = 19$ мы получаем $D^* = 0{,}7222...$ – ближайшее значение к предельной доли (0,72259…, красная линия на графике). Значит, искомое $N = N^* - 1 = 19 - 1 = 18$, то есть именно при $N = 18$ *текущая* доля впервые оказывается почти равной *предельной* доле (мы говорим: $D_т$ впервые «пересекает» красную линию D).

<u>Провал</u> текущей доли $(D_т)_{min}$ – это минимально возможное значение текущей доли в рамках данной к-модели, которое существенно меньше *предельной* доли (в нашем примере $D = 0{,}72259...$, этот провал существенно ниже красной линии на графике). В модели К-15 имеем $(D_т)_{min} \approx 0{,}6973$ при $N = 1328$. И можно предположить, что для ещё б*о*льших моделей ($K >> 15$) провал текущей доли будет приходиться на число N, несколько меньшее, чем квадрат старшего невидимого простого числа данной модели: $N < P^2$. Так, в модели К-15 имеем: $N < 43 \cdot 47 = 2021$ – см. строчку к-матрицы в конце первой группы ($G = 1$).

<u>Плат</u>о текущей доли – это значения текущей доли ($D_т$) после выхода её из провала и 3-го пересечения предельной доли (красной прямой на графике). Плат***о*** – это, образно говоря, относительно плавные «затухающие колебания» текущей доли около красной прямой, при этом процесс «затухания» приводит нас к значению предельной доли (D) в конце плато (*бесконечной* длины!). И уже в самом начале плат***о*** можно говорить о том, что текущая доля (являясь как бы эрзацем предельной доли) ведет себя почти как *константа* – настолько плавные колебания у текущей доли (см. на рис. 9.1 график при $N > 10\,000$).

Полупрайм всякой к-модели можно принимать за условный «конец» плато. Например, в модели К-15 это такое число $N = 3{\cdot}5{\cdot}7{\cdot}11{\cdot}13{\cdot}\ldots{\cdot}47 \approx 3{\cdot}10^{17}$. И только после полупрайма колебания *текущей* доли ($D_т$) становятся достаточно симметричными относительно *предельной* доли (относительно красной линии на графике: как вверх неё, так и вниз; как по частоте, так и по амплитуде колебаний). Однако если взять отрезок натурального ряда (выборку натуральных чисел N, см. пример в гл. 10) даже гораздо *ближе* полупрайма (на много порядков меньше полупрайма) и вычислить долю невидимых чисел в этой выборке, то мы получим значение… *предельной* доли (D), причем с весьма малой относительной погрешностью.

***Вершина плат*o** текущей доли ($D_{вп}$) – это наибольшая текущая доля в начале плато. Например, в модели К-15 при $N = 19420$ получаем на вершине плато $D_{вп} \approx 0{,}72544$, что «всего лишь» в 1,0039 раз больше предельной доли данной К-модели ($D = 0{,}72259\ldots$). Вершина плато уже относительно близко к *предельной* доли – это если смотреть на график рис. 9.1 (где числа N показаны в логарифмической шкале, «скрадывающей» расстояния между числами). Однако, если увеличить «картинку» (см. рис. 9.2, где числа N показаны в линейной шкале), то мы ясно увидим и *вершину плато*, и бесконечный правый склон плато (которому ещё очень далеко даже до *полупрайма* модели К-15).

Начиная с модели К-10 отношения $D_{вп}/D$ начинают расти (от значения 1,00297). И для моделей К-14 … К-26 нетрудно построить такую логарифмическую линию тренда ($R^2 = 0{,}9972$): $D_{вп}/D - 1 \approx 0{,}0079{\cdot}\ln(\ln K) - 0{,}004$ из которой получаем любопытную эмпирическую формулу (но как долго она работает?):

$$D_{вп} \approx D{\cdot}[0{,}0079{\cdot}\ln(\ln K) + 0{,}996]\,. \qquad (9.5)$$

То есть, зная для данной к-модели предельную долю (D), по формуле (9.5) можно оценить $D_{вп}$ – значение текущей доли на вершине плато (находящейся в самом начале бесконечного плато).

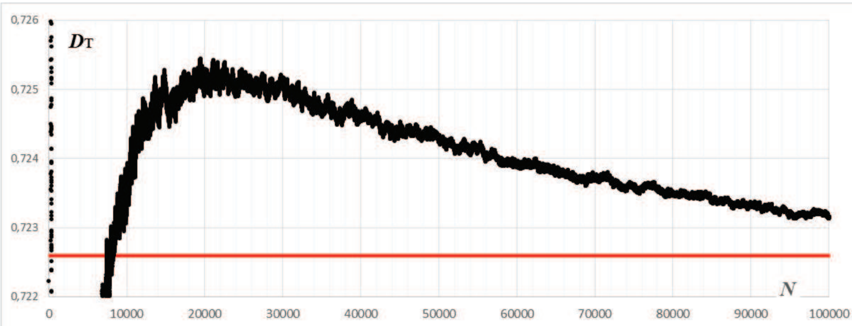

Рис. 9.2. *Вершина плато* текущей доли ($D_т$) модели К-15

Как вычислить точку под самой вершиной плато (здесь это число N = 19420)? Мы будем исходить из таких соображений. В к-матрице в последней строчке первой группы (G = 1) мы получаем такое число $N_1 = P_{к-1} \cdot P_к \approx P^2$ (где P – старшее невидимое простое число в данной к-модели). А в последней строчке второй группы (G = 2) мы получаем такое число $N_2 = P_{к-2} \cdot P_{к-1} \cdot P_к \approx P^3$. Искомое нами число N – это (просто гипотеза автора) середина отрезка между числами N_1 и N_2 в логарифмической шкале, поэтому: $N \approx \exp[\ln N_1 + (\ln N_2 - \ln N_1)/2]$. Откуда получаем:

$$N \approx P^{\frac{5}{2}} \quad . \tag{9.6}$$

Например, для модели К-15 получаем: $N \approx 47^{5/2} \approx 15144$, что несколько меньше реального (N = 19420), но вполне приемлемо для наших оценок (особенно в рамках *числофизики*).

10. Кванты пространства-времени

Пусть мы якобы не знаем причины невидимости натуральных чисел и ничего не знаем про к-матрицы, про *предельную* долю (D), а, тем более, про рекуррентную формулу (7.4) для точного вычисления предельной доли. Однако при этом мы смогли каким-то образом вычислить долю невидимых чисел.

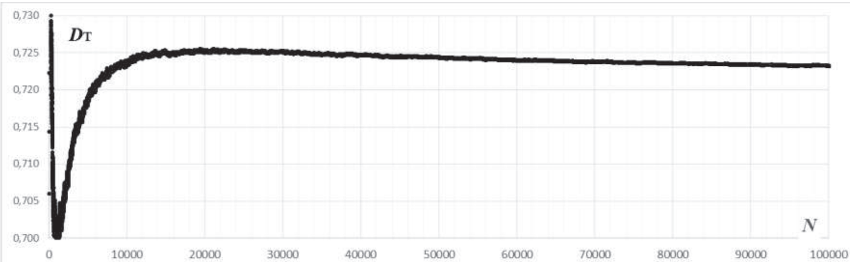

Рис. 10.1. *Начало плат***о** текущей доли ($D_т$) модели К-15

Например, в рамках модели К-15 (о которой мы также якобы ничего не знаем) на отрезке от N = 90 001 до N = 100 000 = 10^5 (то есть просмотрев выборку в 10 000 чисел) легко установить, что мы не видим 7214 чисел. [Если мы якобы «ничего не знаем» о причинах невидимости чисел, то как же мы «не видим» некие числа? За этим кроется некая сложность, однако в этом автор сам сейчас не стал «копаться» и советует читателю пока не думать об этих «тонкостях»]. Таким образом, доля невидимых чисел получается такой $D_т$ = 7214/10000 = **0,7214** (фактически, это почти средняя *текущая* доля для скромной выборки из 10000 чисел). Причем полученное значение всего лишь на 0,17 % меньше *предельной* доли (0,7225…) в модели К-15 (но мы об этом тоже якобы ничего не знаем). Более того, мы можем брать другие выборки чисел N – с куда бо́льшим количеством чисел и гораздо дальше, чем 10^5 (напомню, что *полупрайм* данной к-модели – это число порядка 10^{17}). При этом точность наших (сугубо эмпирических) расчетов только повысится и, несомненно, мы придем к выводу, что доля невидимых чисел – это, практически, *константа* (что наглядно видно даже на весьма коротком графике рис. 10.1). Описанная здесь ситуация в мире чисел может, хотя бы отчасти, «моделировать» ситуацию в физике, где доля невидимого состава Вселенной оценивается как 0,951 (около **95, 1 %** и этот процент, как и в мире чисел, является *константой*). При этом причины указанной невидимости – одна из главных загадок для науки (тёмная энергия и тёмная материя).

А теперь представьте себе, что неким эмпирическим путем (скажем, по типу выше описанного для модели К-15) мы установили, что доля всех невидимых чисел составляет 0,951, то есть **95,1 %** и этот процент, практически, *константа* (то есть мы просто не умеем уловить изменения этих процентов). Причем это мы смогли бы установить в любой части (бесконечно длинного) плато, полупрайм которого – это число ~ $10^{10^{11}}$ (см. гл. 8).

Мы возьмем самый крайний случай (приводящий нас к самому большому самообману) – пусть мы нашли невидимую долю (0,951) на *вершине плато*, то есть в самом начале плато.

Так вот, с помощью формул (8.3), (8.6), (8.7), а также формулы (9.5) нетрудно убедиться, что существует к-модель, у которой $K \approx 1{,}95 \cdot 10^6$ (при $P \approx 3 \cdot 10^7$) с *предельной* долей $D \approx 0{,}935$ и *текущей* долей *на вершине плато* $D_{вп} \approx 0{,}951$, которая почти *константа*, и которую мы вполне можем обнаружить эмпирическим путем (ничего не зная про к-модели и т. д.), поскольку данной вершине плато соответствует (ещё относительно небольшое для ПК) число $N \sim P^{5/2} \approx 5{,}6 \cdot 10^{18}$ (см. гл. 9).

Таким образом, в мире чисел существует *предельная* доля $D \approx 0{,}951$ с такими ключевыми параметрами: $K \approx 3{,}858 \cdot 10^8$; $P \approx 8{,}41 \cdot 10^9$; $D_{вп} \approx 0{,}9696$; $P^{5/2} \approx 6{,}5 \cdot 10^{24}$ (см. гл. 8, 9). Однако также существует *предельная* доля $D \approx 0{,}935$ с существенно другими ключевыми параметрами (K и P – меньше на два порядка, см. абзац выше), у которой *текущую* долю *на вершине плато* ($D_{вп} \approx 0{,}951$), в силу неполноты наших знаний (не открой мы к-матрицы и т.д.), мы вполне могли бы принять за константу, то есть за *предельную* долю (D). При этом существенно (на два порядка) различаются последствия нашей ошибки в мире чисел:

– если $D \approx 0{,}951$, то до 100 % видимости нам надо научиться видеть первые $K \approx 3{,}858 \cdot 10^8$ простых чисел;

– если $D \approx 0{,}935$, то до 100 % видимости нам надо научиться видеть первые $K \approx 1{,}95 \cdot 10^6$ простых чисел (это 6 порядков).

Возможно и в физике (в части невидимой доли 0,951 от всего состава Вселенной) может иметь место подобная ситуация (из-за неполноты знаний в физике). Однако даже в самом лучшем случае нам надо опуститься «глубже» *планковской длины* (10^{-35} м), как минимум, на 6 порядков, чтобы увидеть, понять всё (100 %) про тёмную энергию и тёмную материю. То есть для этого теоретикам надо создать (придумать) такую теоретическую физику, в которой *квант пространства* будет не больше, чем 10^{-41} м (а *квант времени* – не больше, чем 10^{-50} секунды). А если исходить из нашего $P \approx 8{,}41 \cdot 10^9$ (см. чуть выше), то речь должна идти не о 6-ти, а о 9-ти порядках, то есть *квант пространства* ~ 10^{-44} метра и *квант времени* ~10^{-53} секунды, при которых физикам откроется 100 % состава Вселенной.