

Title

Conjectures about modulated Maxwell signals and, or, Ranada solutions.

Author

Giuliano Bettini

Abstract

I present some methods to generate electromagnetic fields wich, in my opinion, have a good chance to represent linked and knotted fields and, maybe, the electron.

1-Premessa

Soluzioni “linked” e “knotted” delle equazioni di Maxwell sono attualmente oggetto di numerosi studi e in particolare hanno attratto l’interesse di David Hestenes in quanto possibili soluzioni toroidali per l’elettrone.

Vedi per esempio [1] e tutte le citazioni lì contenute.

Come è noto Hestenes è storico fautore di una soluzione spazialmente estesa per elettrone, possibilmente una soluzione elettromagnetica.

Risulta però poco o per nulla agevole visualizzare matematicamente una soluzione toroidale.

Io propongo qui un approccio facile, che si basa sulla creazione di funzioni analitiche (o left monogenic functions) tramite l’operazione di prodotto.

Per l’esposizione faccio ampio uso della GA Geometric Algebra.

Per le notazioni in uso mi riferisco al mio paper “di fine secolo” [2].

2- Un trucco?

In effetti esistono già trattazioni con la GA, ad esempio [3], S.J. van Enk, "The covariant description of electric and magnetic field lines of null fields: application to Hopf-Rañada solutions" Qui si dice, con "v" prodotto vettore ovvero $(ab)v=ab-ba\dots\dots$ (es. formula 93 del testo)

"We can describe a set of solutions to the free Maxwell equations, the Hopf-Rañada linked and knotted fields, in a compact geometric way by using Geometric Algebra. In particular, we represent the solutions in covariant form as $F=(\partial\alpha\partial^*\beta)_v$ with α and β real scalar potentials".

In realtà nel testo non compare un asterisco * ma un 'overbar' che denota il "Clifford coniugate" così descritto

"Another involution, of great use in descriptions of relativity, is the Clifford conjugate, which reverses the directions of vectors and pseudovectors but leaves the scalar part the same. We denote the Clifford conjugate by a bar."

Dal paper si desumono a mio parere alcuni indizi.

Primo indizio.

Alpha e beta sono "real scalar potentials" quindi godono di certe commutatività che possono essere utili, ad esempio la commutatività con il delta.

Secondo indizio.

Compare un prodotto vettore ossia un prodotto alterno $(ab)v=ab-ba$.

Ossia: immaginiamoci un campo F espresso come un prodotto vettore $ab-ba$. Questo ritengo possa far sì che prendendone il ∂^* , a causa della differenza il risultato sia zero. Quindi gli indizi sono potenziali scalari reali

e poi

campo come prodotto alterno $ab-ba$ per cui prendendone il ∂^* viene zero.

Questi sono solo vaghi indizi, intuizioni.

Ma forse possiamo pensare a una situazione più semplice.

Se alpha e beta sono armoniche e anche però scalari reali, allora $F = \partial\alpha\partial\beta$ è analitica ovvero è un campo elettromagnetico.

Anche se in 2D è ovvio, ho voluto verificarlo sviluppando i calcoli per esteso.

Se alpha e beta sono armoniche scalari reali, allora $F = \partial\alpha\partial\beta$ è analitica: la dimostrazione coinvolge 16 termini (16 addendi) ed è lunga e noiosa. Sta di fatto che l'ho fatta, con pazienza, e funziona.

Allora tutto questo apre una serie di domande a cui al momento non saprei rispondere.

In particolare: la dimostrazione vale anche in 4D?

La risposta è sì, e quindi anche in 4D sembra che la generazione delle funzioni analitiche possa avvenire in (almeno) due modi. I modi sarebbero (sono) i seguenti:

1-Se α è armonica, allora $F = \partial\alpha$ è analitica.

2-Se α e β sono armoniche scalari reali, allora $F = \partial\alpha\partial\beta$ è analitica.

Una dimostrazione sintetica, valida sia in 2D che in 4D, è la seguente.

Con le ipotesi già dette, e cioè α, β armoniche:

(1)

$$(\partial^*\partial\alpha) = 0$$

$$(\partial^*\partial\beta) = 0$$

eperò con α e β scalari reali, sia $F = \partial\alpha\partial\beta$. Allora dico che F è una funzione analitica (un campo elettromagnetico). Dimostrazione. Applico l'operatore ∂^* al prodotto con la regola di derivazione del prodotto (derivata del primo per il secondo più il primo per la derivata del secondo).

Risulta

(2)

$$\partial^*F = \partial^*(\partial\alpha\partial\beta) = (\partial^*\partial\alpha)\partial\beta + \partial^*\partial\alpha\partial\beta$$

Nell'ultimo termine $\partial^*\partial\alpha\partial\beta$ l'operatore ∂^* è da intendersi applicato al $\partial\beta$ con $\partial\alpha$ costante. Quindi si presenta una difficoltà: in generale ∂^* non è commutabile con $\partial\alpha$ stante i numeri (commutativi e/o non commutativi) dell'algebra di Clifford. Tuttavia, in questo caso, intanto si può scrivere

(3)

$$\partial^*\partial\alpha\partial\beta = \partial\partial^*\alpha\partial\beta$$

e poi per la commutatività di ∂^* con α (essendo α reale) si ha ancora

(4)

$$\partial^*\partial\alpha\partial\beta = \partial\partial^*\alpha\partial\beta = \partial\alpha\partial^*\partial\beta$$

Quindi sostituendo (4) in (2) e poiché α, β soddisfano l'equazione di Laplace (1), risulta

(5)

$$\partial^*F = \partial^*(\partial\alpha\partial\beta) = (\partial^*\partial\alpha)\partial\beta + \partial\alpha(\partial^*\partial\beta) = 0$$

CVD.

Di queste α e β (reali) ce ne sono svariate, vedi per esempio [4], "Solid harmonics".

"In mathematics, solid harmonics are defined as solutions of the Laplace equation in spherical polar coordinates".

Ma più semplicemente, quali son esempi espliciti di armoniche reali?

Esempio $x^2 - y^2$, essendo parte reale di z^2 . E quindi, in generale, e anche in 4D, la parte reale di una (qualunque) funzione analitica.

Alcune precisazioni son d'uopo.

-La prima è che nella dimostrazione è stato necessario invocare la commutatività di ∂^* con α . Ciò è possibile non solo con α reale ma ma più in generale anche con α contenente l'indice T_{ji} . Esso difatti commuta con tutti i simboli dell'algebra di Clifford. Possiamo ancora parlare di "reale" in senso lato. Questo fa sì che quando si introduce $\partial\alpha$ (che è a tutti gli effetti un campo elettromagnetico) con il potenziale α come s'è detto reale, succede che se α contiene anche l'indice T_{ji} siamo sicuri di poter rappresentare anche un campo magnetico.

-La seconda precisazione è che, per la dimostrazione, è soltanto necessario invocare la commutatività di ∂^* con α e non con β . Pertanto quest'ultimo potenziale può essere un "coso" A contenente qualsivoglia simbolo. Quindi la seconda funzione analitica che compare nel prodotto, diciamo $F_2 = \partial A$, è un campo di Maxwell in senso lato, non serve più che β sia reale.

3-Estensione

La proposizione di partenza può quindi essere così riformulata

Se α è armonico reale e F_2 è una generica funzione analitica, allora è pure analitica la funzione:

$$(6) \quad F = \partial\alpha F_2$$

Possiamo vedere tutto ciò come la regola per formare un prodotto fra campi che sia ancora un campo. Oppure: la regola per formare un prodotto fra “left monogenics” che sia ancora una “left monogenic”, vedi letteratura.

Difatti in generale il prodotto $F = F_1 F_2$ fra due campi F_1 e F_2 (analitici) non è più analitico.

Invece in questo caso abbiamo un prodotto fra due funzioni analitiche che è ancora una funzione analitica. Perché ciò sia possibile non abbiamo molte scelte, abbiamo solo una possibilità: che la prima funzione analitica sia nella forma $F_1 = \partial\alpha$.

Con queste precisazioni, ed abbinandoci al fatto che è stata già altrove dimostrata l'esistenza di soluzioni toroidali, possiamo pensare al prodotto $F = F_1 F_2$ come una modulazione?

Una modulazione, ad esempio, di un TE che indico con F_2 disegnandone il campo elettrico, modulato da un secondo campo F_1 dotato anche di carica.

Per rispondere a questa domanda colleghiamoci alle equazioni parametriche di un'elica avvolta su un toro.

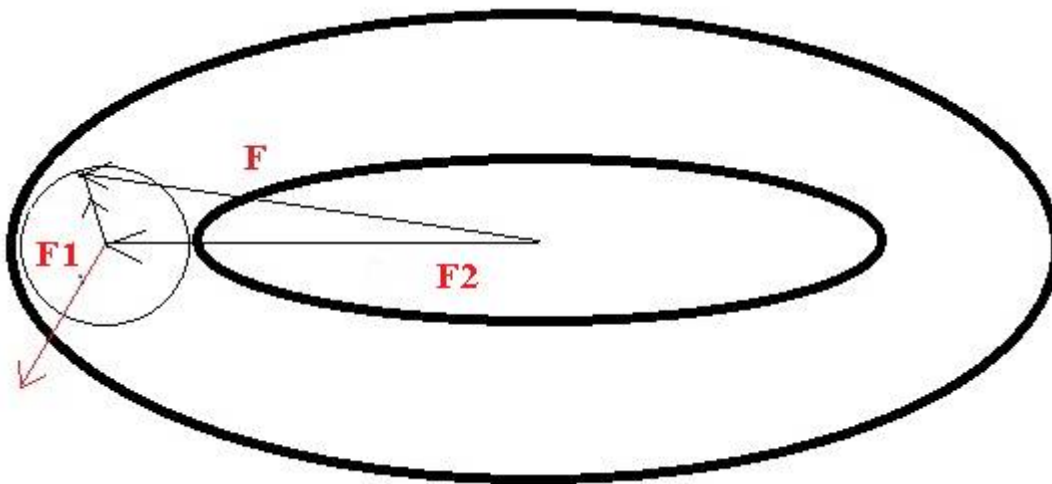
Le equazioni per il vettore indicato come F in figura siano

(7)

$$x = (R + r \cos(n \cdot t)) \cdot \cos(t)$$

$$y = (R + r \cos(n \cdot t)) \cdot \sin(t)$$

$$z = r \sin(n \cdot t)$$



In queste equazioni posso intendere che siano esplicitamente indicate le due differenti 'omega' che caratterizzano le due rotazioni del vettore F. Qui esse valgono rispettivamente 1 e n o per meglio dire stanno nel rapporto 1:n.

Domanda:

è possibile che questo sia un campo elettrico? È possibile costruire anche il corrispondente campo H? ovvero è possibile che questa sia la parte $i j T$ di una funzione analitica?

Potrei ragionare così:

ammettiamo che queste siano veramente le componenti di un campo elettrico E, scriviamole e verifichiamo se soddisfano..... che cosa? Se è un campo elettrico, facente parte di un campo elettromagnetico F, devono soddisfare le equazioni di Maxwell.

Ma anche, io direi, l'equazione del 2° ordine $\partial\partial^*F = 0$, alla quale quindi (operatore scalare) deve necessariamente soddisfare ognuna della componenti.

Scrivo che queste date dalla (7) sono le componenti di un campo E, inserendo anche una eventuale componente E_τ . (che posso indicare anche con

$$E_\tau = -H_\tau$$

per essere coerente con altri miei scritti). Dunque:

(8)

$$E_x = (R + r\cos n\omega t)\cos\omega t$$

$$E_y = (R + r\cos n\omega t)\sin\omega t$$

$$E_z = r\sin n\omega t$$

$$E_\tau = -H_\tau = ??$$

La quarta componente di campo che ho indicato con $E_\tau = -H_\tau$ potrebbe rappresentare (io immagino) una carica

(Molto interessante. Vedi dopo, nel successivo paragrafo 4).

Andando avanti nelle riflessioni è possibile fare qualche esempio a mio parere suggestivo e però, per non appesantire lo scritto, proseguo in due Appendici a cui rimando.

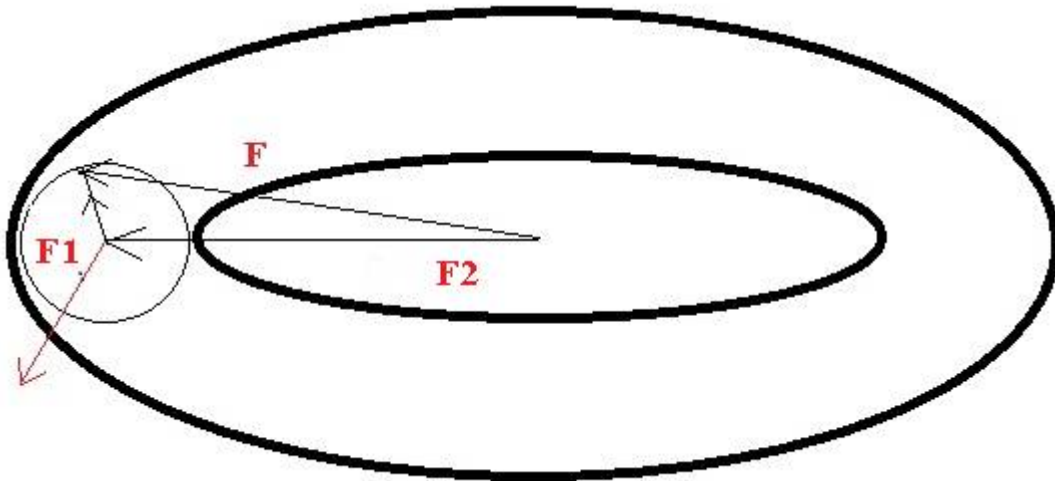
Vorrei fare a questo punto qualche considerazione da esperto di radar, elettromagnetismo e teoria dei segnali o, se vogliamo dirla in modo più politicamente corretto, da “cultore della materia”.

Riassumo.

Le equazioni per il vettore indicato come F in figura ovvero sia per un potenzialmente ipotizzabile “campo elettrico” siano:

(13)

$$\begin{aligned} E_x &= (R + r \cos n\omega t) \cos \omega t \\ E_y &= (R + r \cos n\omega t) \sin \omega t \\ E_z &= r \sin n\omega t \end{aligned}$$



Queste sono anche le equazioni parametriche di una “toroidal helix” che con $\omega t = 0 - 2\pi$ fa n giri sul toro, ovvero ad ogni rotazione circonferenziale completa $0 - 2\pi$ si avvolge n volte sul toro stesso.

Questo è un fatto.

Non è invece possibile affermare che questo sia veramente un campo elettrico.

Affidandoci tuttavia alla pura intuizione possiamo tentare di collegare questo vettore al (ipotetico) vettore campo elettrico di una (ipotetica) soluzione toroidale delle equazioni di Maxwell.

Diverse osservazioni concorrono a considerare plausibile questa ipotesi.

Osservazione n° 1.

Le equazioni dell'elica, così come la fisica del fenomeno, ricordano una modulazione e precisamente una modulazione d'ampiezza Amplitude Modulation (AM). Lo si può ben evidenziare riscrivendo per esempio la:

(14)

$$E_x = (R + r \cos n\omega t) \cos \omega t$$

nella forma di un segnale modulato

(15)

$$E_x = \left(1 + \frac{r}{R} \cos n\omega t\right) R \cos \omega t$$

Questa è la classica forma di una modulazione d'ampiezza con

$\frac{r}{R}$ = "modulation index";

$\cos n\omega t$ = "amplitude modulation signal;

" $R \cos \omega t$ = "sinusoidal carrier wave".

Si veda per esempio [5] "Sinusoidal Amplitude Modulation (AM)".

It is instructive to study the *modulation* of one sinusoid by another. In this section, we will look at sinusoidal *Amplitude Modulation (AM)*. The general AM formula is given by

$$x_\alpha(t) = [1 + \alpha \cdot a_m(t)] \cdot A_c \sin(\omega_c t + \phi_c),$$

where (A_c, ω_c, ϕ_c) are parameters of the sinusoidal *carrier wave*, $\alpha \in [0, 1]$ is called

the *modulation index* (or *AM index*), and $a_m(t) \in [-1, 1]$ is the *amplitude modulation signal*.

Nel rif. qui citato si nota anche che "the modulated signal can be written as the sum of the unmodulated carrier wave plus the product of the carrier wave and the modulating wave", vale a dire la (15) si scrive anche :

(16)

$$E_x = R \cos \omega t + \frac{r}{R} \cos n\omega t (R \cos \omega t)$$

Nulla ci assicura che questo possa realmente essere un campo elettrico modulato in ampiezza, tuttavia nulla ci vieta di pensare ad un campo elettromagnetico (funzione analitica) modulato in ampiezza, se fosse possibile scriverlo in questa forma.

Osservazione n° 2.

Usando la (6) possiamo formare una funzione analitica nelle forme equivalenti (15) o(16) di segnale modulato scrivendo:

(17)

$$F = \left(1 + \frac{r}{R} \partial \alpha\right) F2$$

oppure

(18)

$$F = F2 + \frac{r}{R} \partial \alpha F2$$

La possibilità ci viene dal poter scrivere una funzione analitica come prodotto di funzioni analitiche, secondo la regola (6).

Per farlo in pratica, e anche per essere il più aderenti possibile alle idee pittoriche qui espote, possiamo prendere $F2$ come campo elettromagnetico di un TE in guida circolare, alla frequenza di taglio. Questo siamo sicuri che 1) è certamente una funzione analitica e 2) presenta certamente un campo elettrico che ruota come desiderato.

Esso sia la “portante”, ovvero il segnale non modulato.

Per quanto riguarda l’indice di modulazione $\frac{r}{R}$ non ci sono problemi.

Come modulante $\partial \alpha$ ci serve un potenziale alpha che sia armonico reale, o più precisamente, come abbiamo visto, che contenga solo l’indice 1 e l’indice Tji . Anche per questo non ci sono problemi, perché possiamo prenderlo come parte reale di una arbitraria funzione analitica ausiliaria

$$\alpha = \operatorname{Re} F3 = \frac{1}{2} (F3 + F3^*)$$

Per $F3$ si può prendere un qualche campo elettromagnetico soluzione in coordinate sferiche o in coordinate cilindriche ripreso dalle soluzioni presentate in [6].

Così facendo è mia opinione che si potranno trovare:

- 1) soluzioni toroidali delle equazioni di Maxwell;
- 2) le soluzioni dell’elettrone.

Il punto 2) è tutto da dimostrare-

Per quanto riguarda il punto 1), ricerca di soluzioni toroidali, io direi che dovrebbe essere più facilmente raggiungibile.

Con qualche avvertenza.

Faccio un esempio: supponiamo che l’intero segnale modulato F debba risultare rotante, e per esempio rotante stabilmente con legge $\exp(i\omega_0 t)$.

In questo caso occorre considerare che tale moltiplicatore agirà correttamente su F solo per le parti che per così dire “giacciono nel piano di rotazione”. La corretta formula di rotazione dovrà quindi essere una formula con il prodotto a destra e sinistra e con metà dell’angolo come argomento dell’esponenziale.

Non faccio qui nessun tentativo per indovinare tale formula, mi limito a notare il problema.

Tuttavia voglio segnalare un’interessante possibilità, che si collega, probabilmente in modo non casuale, ai vari modelli toroidali dell’elettrone che sono presenti in letteratura.

Cosa che faccio nel prossimo paragrafo.

4-Una possibile interpretazione

Mi riferisco ad un campo elettromagnetico F espresso tramite le formule (17) o (18).

Anzitutto è importante notare che:

(nota bene)

per “campo elettromagnetico” intendo un campo soddisfacente alle equazioni di Maxwell in senso lato, quindi a 8 componenti, quindi in particolare con la eventuale presenza di una componente E_r che origina carica elettrica, es. rif. [2].

Ciò premesso, ho già accennato alle difficoltà che possono insorgere nel rappresentare matematicamente un segnale rotante con tale formula.

Ma torniamo a considerare le equazioni parametriche di un’elica toroidale (7) o le equazioni (13) di un potenzialmente ipotizzabile “campo elettrico” avente quella forma.

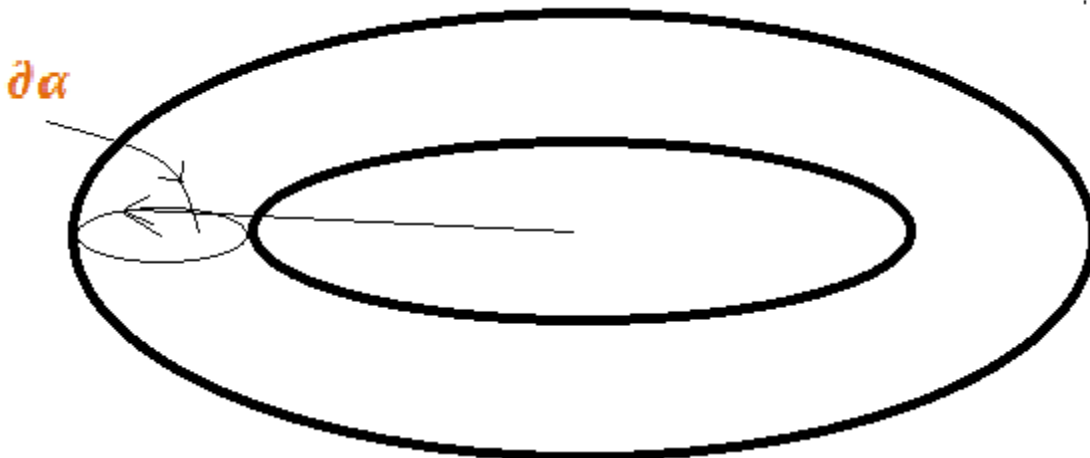
Osservando più attentamente queste equazioni ci si accorge che solamente le prime due componenti

$$\begin{aligned} E_x &= (R + r \cos n\omega t) \cos \omega t \\ E_y &= (R + r \cos n\omega t) \sin \omega t \end{aligned}$$

hanno la forma di un segnale modulato.

Non ci sarà nessuna difficoltà nello scrivere codeste componenti nella forma (17) o (18)

di segnale analitico. A questo scopo basterà che entrambe F_2 e la modulante $\partial\alpha$ giacciono sul piano x, y, e così l’intero segnale risulterà stabilmente rotante con legge $\exp(i\omega t)$ senza difficoltà alcuna.



Ossia poiché entrambi i segnali F_2 e $\partial\alpha$ “giacciono nel piano di rotazione” non ci sarà (non c’è) nessuna necessità di una formula con il prodotto a destra e sinistra e con metà dell’angolo come argomento dell’esponenziale.

Rimarrebbe da sola la terza componente

$$E_z = r \sin n\omega t$$

Come proseguire? Sto procedendo nell’ipotesi che il vettore descrivente l’elica toroidale sia anche interpretabile come vettore campo elettrico. Vettore campo elettrico facente parte di un campo di Maxwell.

Ossia interpretabile come parte 1 $i j T$ di una funzione analitica.

Orbene si è appena visto che ciò sarebbe senz’altro possibile (è senz’altro possibile) per le componenti E_x, E_y .

Resta da sola la componente E_z .

A questo punto risulta possibile una magia.

Essa non sarebbe stata possibile (non è possibile) se si considerano le equazioni di Maxwell nel vuoto intese in senso stretto, a 6 componenti. Invece è possibile se le si considerano come equazioni di analiticità in senso lato, quindi a 8 componenti.

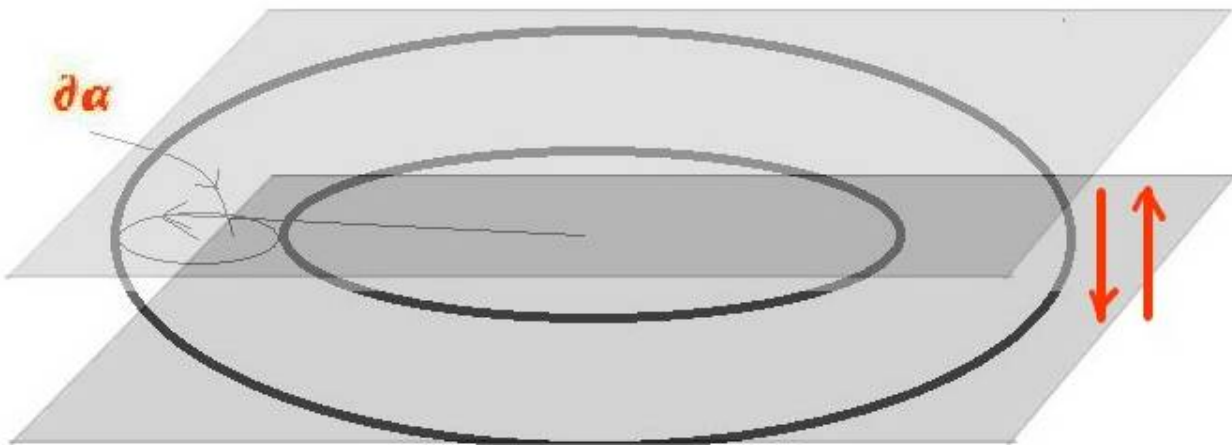
E_z da sola non avrebbe avuto modo di essere una componente di campo elettrico facente parte di una funzione analitica. Se invece E_z compare assieme ad una quarta componente $E_\tau = -H_\tau$, l'insieme delle due componenti E_z, E_τ può diventare un'onda scalare che soddisfa le equazioni di Maxwell. Possiamo pensare che tramite un'onda scalare, stazionaria, "electromagnetic standing wave", vedi per esempio [6], si possano aggiungere E_z, E_τ scrivendo il tutto nella forma (19)

$$\begin{aligned} E_x &= (R + r \cos n\omega t) \cos \omega t \\ E_y &= (R + r \cos n\omega t) \sin \omega t \\ E_z &= r \sin n\omega t \\ E_\tau = -H_\tau &= r \cos n\omega t \end{aligned}$$

Ora it is interesting and perhaps not entirely irrelevant to note that questa non solo completa la analiticità ma fa comparire una carica elettrica.

In questo caso tutta la parte spaziale E_x, E_y, E_z descrive un'elica toroidale, e la componente $E_\tau = -H_\tau$ diventa una carica che oscilla back and forth su una dimensione verticale pari al diametro dell'elica.

L'elica in (19) si avvolge n volte ad ogni giro.



È appena il caso di osservare che l'andamento di carica suggerito dalle (19) ha poco a che vedere con i vari modelli di letteratura, esempio Consa, Hestenes, eccetera. Questi suggeriscono piuttosto una carica rotante, circolante ad anello, oppure a elica toroidale, e non pulsante su e giù come (19). Qualche considerazione in proposito la faccio nel successivo paragrafo 5.

5-Considerazioni

Ho visto come si possano scrivere le equazioni esatte di un campo elettromagnetico nel quale il vettore campo elettrico E ha la parte spaziale E_x, E_y, E_z che descrive un'elica toroidale, e la componente $E_r = -H_\tau$ diventa una carica che oscilla back and forth su una dimensione verticale pari al diametro dell'elica.

Per meglio dire non ho scritto,

ma ho supposto che si possa riuscire a scrivere.

Procedendo allora secondo queste medesime linee guida, si può ipotizzare che si riescano a scrivere equazioni contenenti una carica rotante e non pulsante, secondo vari modelli per esempio secondo [7], [8].

Ma chissà poi cos'è che è giusto, perché questo è un universo inesplorato.

Con $n = \frac{1}{2}$ il campo elettrico
(20)

$$E_x = \left(R + r \cos \frac{1}{2} \omega t \right) \cos \omega t$$

$$E_y = \left(R + r \cos \frac{1}{2} \omega t \right) \sin \omega t$$

$$E_z = r \sin \frac{1}{2} \omega t$$

$$E_r = -H_\tau = r \cos \frac{1}{2} \omega t$$

assume un andamento "di Moebius" che ricorda quanto ho descritto semiquantitativamente in [9].

Tutte queste per il momento sono solo idee, che suggeriscono una possibile linea di ricerca.

6-Discussione

Nei precedenti paragrafi ho inteso non solo suggerire che si possa costruire campo elettromagnetico (funzione analitica) avente la forma di elica toroidale, ma anche che lo si possa interpretare come segnale modulato.

Come ho scritto nel titolo, “modulated Maxwell signal”.

In particolare alla fine del precedente paragrafo 4 abbiamo visto che per completare la analiticità di un segnale analitico complessivo F si può, o forse meglio dovremmo dire si deve, fare uso anche di componenti di campo elettrico $E_\tau = -H_\tau$ che significano carica.

Nel caso della (19) tutta la parte spaziale E_x, E_y, E_z descrive un'elica toroidale, e la componente $E_\tau = -H_\tau$ diventa una carica.

Non pare trattarsi di una coincidenza.

Nasce / serve una porzione di segnale che è un campo scalare. Una carica elettrica.

Questo mi è apparso suggestivo in quanto non è voluto.

Oltre che essere suggestivo, ripeto pare non essere una coincidenza. Ossia: la carica non è stata introdotta "a forza", ma è apparsa necessaria.

E' dipesa da pure condizioni di 'toroidal helix' e di 'analiticità'.

Inoltre suggerisce / conferma la validità delle equazioni di Maxwell in senso lato, quindi a 8 componenti, quindi in particolare con carica elettrica.

Vorrei ora fare qui alcune considerazioni di natura puramente qualitativa.

Esse riguardano il fatto che in un tale segnale modulato -campo elettromagnetico (*) avente la forma di elica toroidale - si presentano (si presenterebbero) in modo naturale entrambe queste cose:

1-condizioni di quantizzazione;

2-relazioni fra i parametri geometrici & fisici in gioco (**).

Procedo.

Mi riferisco alle formule (19) o anche (17), (18), con tutte le precisazioni già citate.

Chiamo poi F_2 “carrier wave” e $\partial\alpha$ “modulating wave” (***)).

Sia F_2 “carrier wave” caratterizzata da ampiezza e pulsazione R, ω_R .

Sia $\partial\alpha$ “modulating wave” caratterizzata da ampiezza e pulsazione r, ω_r .

Il segnale modulato F è così caratterizzato da R, ω_R, r, ω_r .

A questo punto è fondamentale osservare che tutti questi parametri hanno una doppia interpretazione:

geometrica

e fisica.

(*) rammento nuovamente che qui e in tutto il testo per “campo elettromagnetico” intendo soddisfacente alle equazioni di Maxwell in senso lato, quindi a 8 componenti, quindi in particolare con carica elettrica.

(**) Tutto è già presente in [10], “Knots in electromagnetism”, M. Arrayás, D. Bouwmeester, J.L. Trueba. Solo che io penso che questo possa essere un approccio alternativo, più ‘friendly’ da gestire e da visualizzare.

(***) mantengo questi nomi, anche se di solito la modulating wave ha frequenza enormemente inferiore a quella della carrier, mentre qui succede o può succedere il contrario.

6.1-Interpretazione geometrica.

Geometricamente parlando, i parametri determinano l'ampiezza e la forma di un'elica toroidale. Tuttavia se ω_R, ω_r sono arbitrari, in particolare se il loro rapporto è un numero irrazionale, l'elica non si chiude mai.

Invece si chiude se ω_R, ω_r sono quantizzati a numeri interi. In altre parole, l'elica si richiude dopo un certo numero di giri, ed è stabile.

Quindi geometricamente, la chiusura da luogo ad una quantizzazione (o se si vuole, condizioni di quantizzazione determinano la chiusura).

6.2-Interpretazione fisica.

Possiamo fare il ragionamento in tre step.

Primo step:

formo un campo elettromagnetico per esempio con le ipotesi già precisate nel paragrafo 3 ovvero α armonico reale e F_2 campo elettromagnetico arbitrario.

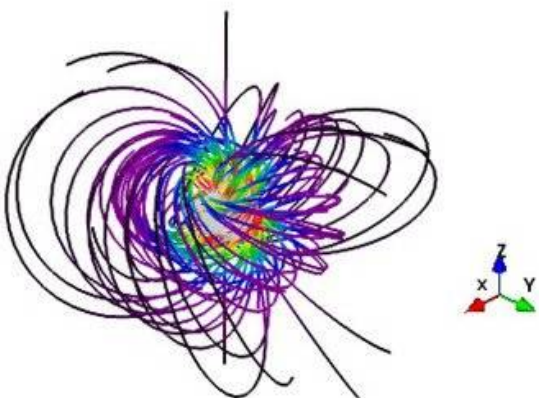
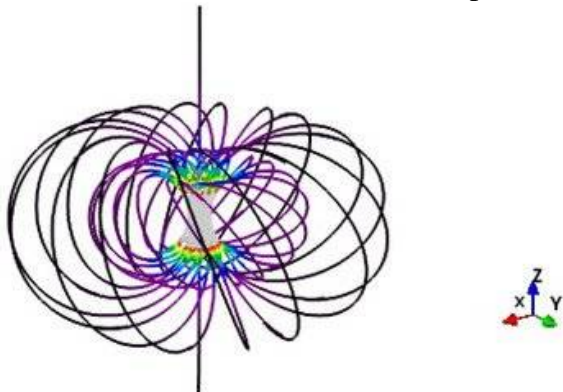
Non v'è problema alcuno, nel senso che la risultante funzione F è un campo elettromagnetico, in generale dotato anche di cariche e correnti (salvo che obbedisca a condizioni fisiche, tipo non avere energia infinita se integrato in tutto lo spazio)

C'è solo un problema:

che può trattarsi di un campo "che evolve", nel senso che non è mai stabile, non risulta mai periodicamente uguale a se stesso, non obbedisce mai a condizioni di chiusura, è un campo per così dire "che vive", non rappresenta nessun particolare "ente" o particella elementare che sia.

La figura (da [11]), serve a rappresentare la situazione. Nella figura (in basso), ripresa da tutt'altro contesto e con tutt'altro significato, le linee non chiuse rappresentino il campo.

Se supponiamo d'aver tentato di rappresentare un'elica toroidale, si può dire che parte della struttura del toro sembra essere ancora presente, ma il campo non si chiude mai.



Secondo step:

pur restando nel campo delle funzioni analitiche, scelgo come condizioni aggiuntive delle condizioni di quantizzazione.

Per esempio, banalmente, se nella risultante funzione F le due pulsazioni ω_R, ω_r sono arbitrarie, in particolare se il loro rapporto è un numero irrazionale, l'elica non si chiude mai.

Se invece ω_R, ω_r sono quantizzati a numeri interi, l'elica si richiude dopo un certo numero di giri, ed è stabile. Ovvero: se vogliamo che l'elica si richiuda dopo un certo numero di giri, e sia stabile, ω_R, ω_r devono essere quantizzati a numeri interi

Ancora una volta la figura serve a rappresentare la situazione. Nella figura (in alto), ripresa da tutt'altro contesto e con tutt'altro significato, le linee chiuse rappresentino il campo.

Se supponiamo d'aver tentato di rappresentare un'elica toroidale, si può dire che la struttura del toro è esattamente presente, il campo "si chiude".

Ma c'è di più, c'è molto di più.

Terzo step:

Abbiamo visto che, imposte le condizioni di analiticità, condizioni di quantizzazione determinano la chiusura (o se si vuole, la chiusura da luogo ad una quantizzazione).

Ma in più il campo obbedisce alle equazioni di Maxwell.

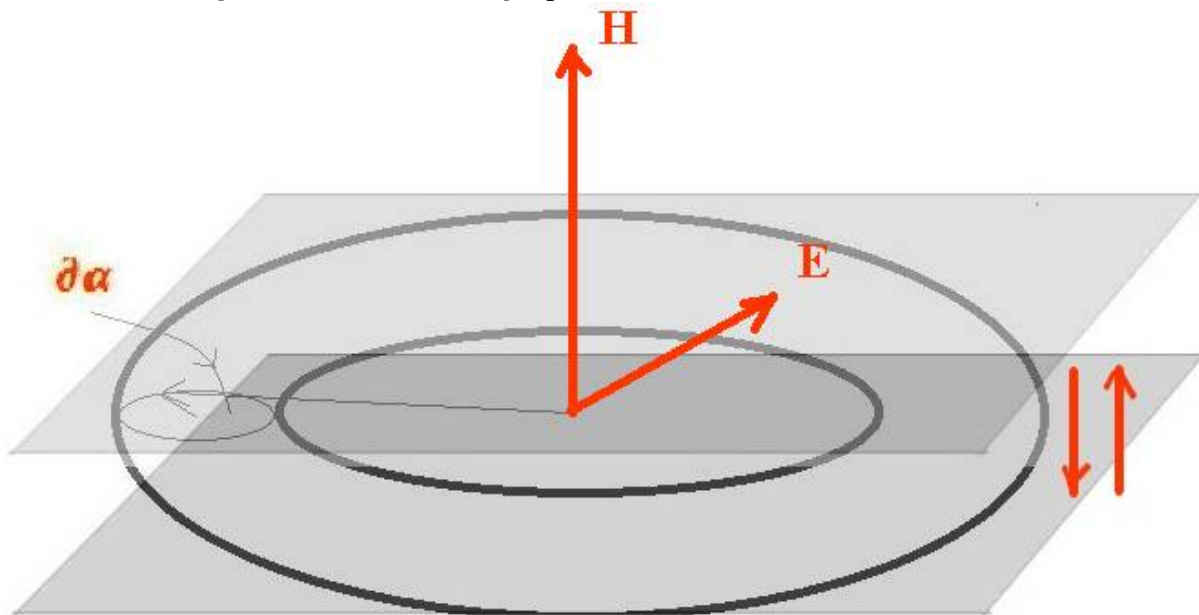
Questo che vuol dire?

Vuol dire che (salto direttamente alla conclusione) tutti i parametri R, ω_R, r, ω_r del segnale modulato F sono così fatti;

a)-sono quantizzati, b)-hanno un significato fisico, c)-sono interallacciati.

Che abbiano un significato fisico è ovvio, quello è un campo elettromagnetico quindi tutti i suoi parametri hanno significato fisico. Tale sarà per esempio R perché, per esempio sia F_2 un campo elettromagnetico tipo quello di un TE in guida circolare, alla frequenza di taglio. Questo presenta un campo elettrico E che ruota come desiderato, e un campo H perpendicolare. La loro ampiezza va con R .

La modulante poi sia scelta con ampiezza r . Lo stesso r compare nella componente E_r che origina la carica elettrica q . Quindi il valore di q dipende da r .



Ma, come ho detto, quel campo F complessivo, analitico, obbedisce alle equazioni di Maxwell. Trattandosi di un campo elettromagnetico in equilibrio, tutte le grandezze saranno soggette a alle relazioni previste dalla teoria dell'elettromagnetismo, relazioni elettriche. Quindi è presumibile che H dipenda in modo preciso da q .

Se H dipende in modo preciso da q , ne segue che R dipende in modo preciso da r , e questo a causa di relazioni elettriche.

Questo comporta che in quella (particolare) funzione analitica l'indice di modulazione $\frac{r}{R}$ avrà un ben specifico valore.

Cose analoghe succederanno anche tutte le altre grandezze in gioco.

Quindi riassumendo

quantizzate

avanti un significato fisico

e interallacciate fra loro con relazioni elettriche.

E' suggestivo osservare che, in alcuni modelli dell'elettrone che si trovano in letteratura, l'indice di modulazione $\frac{r}{R}$ di un'elica toroidale è assunto pari alla costante di struttura fine.

7-Conclusioni

Viene presentato un metodo per generare soluzioni strane o complicate delle equazioni di Maxwell, possibilmente soluzioni toroidali e comunque, più in generale, soluzioni che sono a tutti gli effetti “segnali spaziali modulati”. Queste soluzioni, del tutto inusuali, ritengo che possano comprendere o estendere le soluzioni presentate da Rana e che recentemente sono oggetto di numerosi studi. Il metodo tuttavia che viene qui presentato è più facilmente interpretabile dagli elettromagnetici o dagli ingegneri elettronici.

8-Bibliografia

- [1] David Hestenes, “Deconstructing the electron clock”, PREPRINT July 2018,
<https://www.ime.unicamp.br/~agacse2018/abstracts/InvitedSpeakers/Hestenes-Maxwell-Dirac.pdf>
- [2] G. Bettini,
“Clifford Algebra, 3 and 4-Dimensional Analytic Functions with Applications. Manuscripts of the Last Century”, <http://vixra.org/abs/1107.0060>
- [3] S.J. van Enk, “The covariant description of electric and magnetic field lines of null fields: application to Hopf-Ranada solutions “,
<https://arxiv.org/pdf/1302.2683.pdf>
- [4] “Solid harmonics”, Knowino,
https://m.tau.ac.il/~tsirel/dump/Static/knowino.org/wiki/Solid_harmonics.html
- [5] “Sinusoidal Amplitude Modulation (AM)”,
https://ccrma.stanford.edu/~jos/mdft/Sinusoidal_Amplitude_Modulation_AM.html
- [6] G. Bettini, “Can Electromagnetic Scalar Waves be Radiated by a Metal Sphere?”,
<http://vixra.org/abs/1109.0034>
- [7] Oliver Consa, “Helical Solenoid Model of the Electron”,
<http://www.ptep-online.com/2018/PP-53-06.PDF>
- [8] Francesco Celani, Antonino Oscar Di Tommaso, Giorgio Vassallo,
“The_Electron_and_Occam's_Razor”
https://www.researchgate.net/publication/320274514_The_Electron_and_Occam's_Razor
- [9] G. Bettini, “The Moebius Strip: a Biology of Elementary Particles”,
<http://vixra.org/abs/1004.0035>
- [10] M. Arrayás, D. Bouwmeester, J.L. Trueba, “Knots in electromagnetism”,
http://www.emff.urjc.es/members/arrayas_files/Articles/PhysRep.pdf
- [11] Manuel Arrayás, Antonio F. Rañada, Alfredo Tiemblo and José L. Trueba, “Null Electromagnetic Fields from Dilatation and Rotation Transformations of the Hopfion”,
<https://www.mdpi.com/2073-8994/11/9/1105/htm>
- [12] “What is parameterization of the trefoil knot surface in R^3 ?”
<https://mathoverflow.net/questions/91444/what-is-parameterization-of-the-trefoil-knot-surface-in-r%C2%B3/91459>
- [13] Paul Bourke, “Application of Parametric Equations. Example 1: The Möbius Strip”,
<https://www.pleacher.com/mp/mlessons/calc2004/param.html>

Appendice 1.

Da [12], Trefoil torus.

“Start with the parametrization of the torus surface:

(9)

$$x=(a+b\cos u)\cos v,$$

$$y=(a+b\cos u)\sin v,$$

$$z=b\sin u.$$

On that surface we get a curve that sits inside the trefoil. You get a parametrization of that curve $\vec{\gamma}=(x,y,z)$ by setting $u=3s, v=2s$ and letting s range over the interval $[0, 2\pi]$. This way you get a curve that wraps around the hole of the donut twice, and around the tube thrice”.

Per comparazione con la (8)

$$E_x = (R + r\cos n\omega t)\cos\omega t$$

$$E_y = (R + r\cos n\omega t)\sin\omega t$$

$$E_z = r\sin n\omega t$$

$$E_\tau = -H_\tau = ??$$

Risulta:

(10)

$$E_x = (R + r\cos 3\omega t)\cos 2\omega t$$

$$E_y = (R + r\cos 3\omega t)\sin 2\omega t$$

$$E_z = r\sin 3\omega t$$

$$E_\tau = -H_\tau = ??$$

Appendice 2

Con riferimento a [13], la formula di un anello di Moebius su un toro è

(11)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(s) + (t) * \left(\cos\left(\frac{s}{2}\right) \right) * (\cos(s)) \\ \sin(s) + (t) * \left(\cos\left(\frac{s}{2}\right) \right) * (\sin(s)) \\ (t) * \left(\sin\left(\frac{s}{2}\right) \right) \end{pmatrix}$$

where s ranges from 0 to 2π and t ranges typically from -0.4 to 0.4

Sempre per comparazione con (8)

$$E_x = (R + r \cos n\omega t) \cos \omega t$$

$$E_y = (R + r \cos n\omega t) \sin \omega t$$

$$E_z = r \sin n\omega t$$

$$E_\tau = -H_\tau = ??$$

Risulta:

(12)

$$E_x = \left(R + r \cos \frac{\omega}{2} t \right) \cos \omega t$$

$$E_y = \left(R + r \cos \frac{\omega}{2} t \right) \sin \omega t$$

$$E_z = r \sin \frac{\omega}{2} t$$

$$E_\tau = -H_\tau = ??$$

Cioè $n=1/2$, ovviamente, direi.